L'Analyse Mathématique est une *grande aventure* historique. Elle peut être aussi une *passion individuelle*. C'est le cas ici.

Nuit après nuit, jour après jour, en rêve, la demande est insistante et pressante: il faut absolument terminer cet *article*, le mener à bien, le livrer à l'extérieur pour le vérifier. *Il faut*. Le titre, ***Modélisation d'une particule non axisymétrique***, est là, et me hante depuis octobre 2008, je revois quand et comment il a surgi en mouvement devant moi. Il relevait d'un défi intellectuel, au cours d'une discussion avec mes collègues.

Le prix Nobel de physique venait d'être attribué cette année là, aux Japonais **Makoto Kobayashi** et **Toshihide Maskawa** pour la découverte de l'origine de la brisure de symétrie, prédisant l'existence d'au moins trois familles de quarks ; ainsi qu'à l'Américain **Yoichiro Nambu** pour la découverte du mécanisme de brisure spontanée de symétrie en physique subatomique. Nous étions tous d'accord, mes collègues et moi, de dire que depuis **Galilée**, mais encore plus aux XIX^{e} et XX^{e} siècles, la physique s'est construite mathématiquement sur l'idée de symétrie. Car la symétrie est la seule façon de rendre les équations calculables. Mais alors, comment modéliser une *particule soumise à un écoulement de* ***Stokes*** ? Tel est le défi qui m'était lancé.

Bien que cette question ne concerne pas directement, le champ de mes recherches, je n'ai pas voulu me dérober, car *il est essentiel de ne pas rester cloisonné, de changer souvent de paysage, tant du point de vue humain que scientifique. Autrement, le risque est grand de voir rétrécir son horizon mathématique…* Mais, depuis cette date, tous mes efforts pour résoudre ce problème épineux, étaient vains. Selon toute vraisemblance, j'allais devoir en faire son deuil. J'envisageais de renoncer, d'avouer que j'avais atteint mon « niveau d'incompétence ». Je me suis donc intéressé, à d'autres corpus plus accessibles, avant d'y revenir, et mieux dompter la bête.

Tous ceux qui d'aventure, se sont risqués à résoudre un problème difficile ou à sublimer leur cours, savent ce dont je parle ici : Tu te traînes, tu rampes, tu multiplies les erreurs, tu as mal partout, tes yeux fondent. Pas d'issue, torrent d'oubli, non-sens général…

Et puis, au bout d'un moment, après beaucoup d'efforts pour résoudre des problèmes, *l'image mentale se crée* et l'objet mathématique existe dans le cerveau. Il se met à exister et il se met à être vivant, c'est-à-dire qu'il se met à interagir avec les autres. Il arrive alors qu'on puisse distiller un concept qui peut être nouveau, et qui, un jour, s'appliquerait au quotidien ...

Autrement dit, de temps en temps, on entrevoit un rayon de soleil passant par un trou, ces instants extraordinaires où tout se met en place. Où un mur de mystère s'effondre et fait découvrir un paysage _ pas nécessairement le Grand Canyon, mais peut-être une petite colline de la Sainte Victoire que le peintre **Cézanne** n'avait pas encore fixée sur une toile. La démonstration apporte en effet la transparence en un lieu extrêmement obscur.

Mais enfin, grâce à la découverte probable du boson de **Higgs**, le 4 juillet 2012, la *modélisation d'une particule* non *axisymétrique* s'est imposée à moi. Ici comme ailleurs, le but est le même: confluence, convergence, débordement, synthèse, bouillonnement venu de partout, de ma formation, des années à enseigner les *méthodes mathématiques appliquées à l'astrophysique*, des questions posées par mes étudiants, de mes lectures,

des paysages traversés, des situations historiques, des glaciers disparus, des livres, des corps rencontrés _ ces réfractaires de génie, pour qui la vie n'était rien si elle n'était pas ultra-singulière _, des vallées…
La rencontre avec la *particule soumise à un écoulement de Stokes*, **devrait** donc se produire.

Le problème qui m'attend, a émergé du monde réel, de la physique. Mais à force de me poser les bonnes questions, et de suivre une trajectoire assez naturelle, j'ai été précipité, comme Alice, au pays des *merveilles*. J'essaie d'ouvrir des portes sur des mondes qui ne sont pas des mondes connectés au monde physique, mais qui sont des mondes *merveilleux*. Et qui sont merveilleux non pas seulement par leur propre cohérence interne, mais par les surprises qu'ils me réservent, et par la résistance qu'ils ont.

Quand on fait un calcul, il y a toujours une inscription dans le temps. Dès lors, je passe dans le temps–et je suis là dans le temps pour démontrer que « *les particules sont plus vivants que les vivants*». Le théoricien que je suis, les surprend en situation, en état d'alerte. Je comprends que leur Histoire est un récit et, que la *particule non axisymétrique*, est elle-même un personnage de ce récit.
Les thèmes de cette modélisation sont *multiples, mais en réalité, il n'y en a qu'un: la formulation comme passion dominante.*

Ma particule est le *mouvement suprême*, mouvement pur ordonnant le mouvement général. Elle m'enseigne en se décalant.

De septembre à fin juin, entre l'assommant et violent mistral du sud et la routine scolaire d'Aix-en-Provence, je ne rêvais que d'elle. Elle était collée partout, dans ma mémoire, derrière le rabat de mes pupitres, sans doute aussi à l'envers de mes paupières. Vers elle convergeaient ma quête intellectuelle et mes projets d'aventure. En elle j'avais domicilié les héros de mes lectures, **Happel** et **Brenner**, bien sûr, mais aussi **Keller** et **Rubinow, Dautray** et **Lions**, sans doute étonnés de se retrouver là, entre ces deux morceaux d'intégrales exigües rongées par les courants, et bien d'autres qui figurent sur la liste des références bibliographiques. En les lisant, j'ai noté studieusement sur mon carnet, tout ce qui attirait mon attention. Je dois dire que j'ai appris beaucoup ! J'ai beaucoup travaillé, et je ne me suis jamais contenté d'écrire sur un sujet sans chercher à savoir tout ce qu'il y avait autour.
Je lis, je m'informe, j'opère des choix, j'intègre, je rejette, je m'attache à quelques singularités et à quelques titres, je découvre l'importance. Des questions naissent, des affinités s'affirment.

Je pense souvent à ceux qui ont cette chance inouïe, de vivre de leurs publications. Je crois, en effet, que quand un auteur a un succès avec un livre, on le classe à jamais. C'est regrettable : un auteur vit des événements, quelquefois personnels, qui sont très importants pour comprendre son œuvre. En tenir compte, c'est rendre compte de la richesse même d'un homme. Mais revenons à mon récit.

À l'école de la *mécanique des fluides*, j'ai consulté des lexiques. La traduction des concepts étaient loin d'être aisée : **développements asymptotiques raccordés,** *problèmes de Dirichlet bidimensionnels*, **l'opérateur de Laplace,** *hypersingularité*,

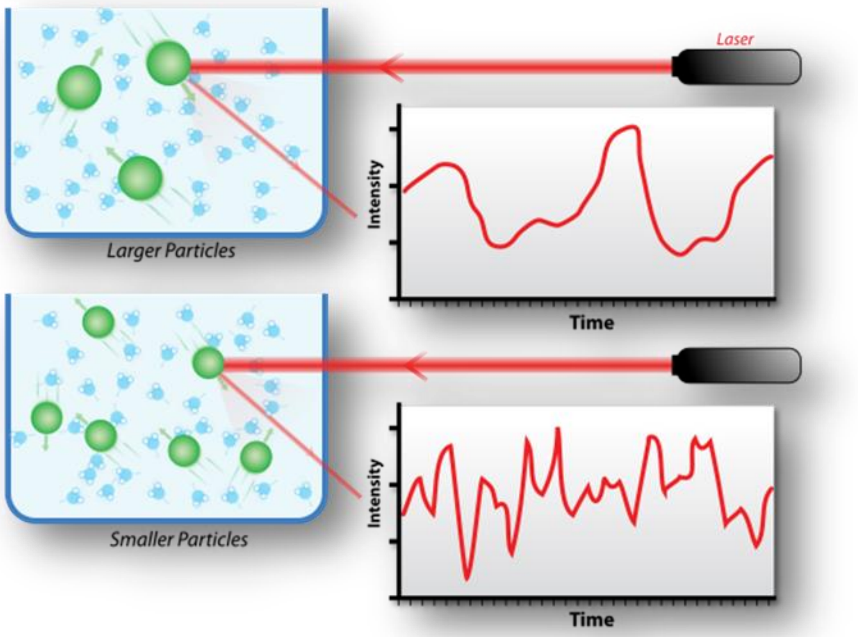
l'équation intégrale de Fredholm de première espèce, *potentiel de simple couche de Stokeslets*…. Quel drôle de modélisation relierait ces concepts épars ? Pour mieux les entendre, il faudrait s'approcher. Sans doute révèleraient-ils leurs secrets. Ils savent que leurs parlers sont précieux.

Chut ! Le vent tombe à mesure que la lumière s'éteint. C'est l'heure où il faut commencer à tendre l'oreille.
Quelles sont ces concepts lointains qui se mêlent aux clapotis de l'eau contre la coque, bruissements d'algues et autres froissements d'ailes ?

Pourrions-nous, nous *entendre* avec une suffisante clarté, dans le *Dit de la poésie* des lignes qui suivent, ce qui est *tu* ? Et voyons-nous là, déjà l'horizon où *je suis arrivé* ?

Dans cet article, j'essaie d'engager le lecteur dans un bon mouvement : tout part de la turbulence, figure très complexe, comme tout le monde le sait. Et pourtant, si l'on suit des tourbillons, elle fédère et forme. Elle ne fait pas système, parce que ses constituants fluctuent, fluides et mobiles, mais plutôt une sorte de confluent, une forme où des flux et des fluctuations entrent, dansent et se croisent, font ensemble somme et différence, produit et bifurcation, traversent les échelles des dimensions. Elle recrute au sein même du chaos en inventant sans cesse différentes relations, elle y revient aussi.

Une viscosité prend. Elle comprend. Elle fait comprendre. Elle apprend. Mais il faut alors admettre que tout n'est pas solide et fixe, que les solides les plus durs ne sont que des fluides un peu plus visqueux que d'autres. Et que les bords ou les frontières sont flous. Fluides flous. Alors l'intelligence entre dans le temps, dans les erres et les fluctuations, les plus rapides, les plus vives, les plus subtiles … de la turbulence … de la danse des particules. Oui, c'est une avancée dans la notion même de compréhension. Les relations engendrent des objets, des êtres et des actes, non l'inverse. Allons, debout, courez, sautez, remuez-vous, dansez ; comme le corps, l'intelligence requiert le mouvement, surtout des mouvements subtils et composés.



Cette modélisation est d'abord une tentative de voir les *particules*, le phénomène de turbulence, d'entendre la note la plus fulgurante : la poésie ; de révéler, l'aventure poétique poussée à l'extrême. D'où une définition nouvelle de la modélisation: celle-ci doit avoir pour but la poésie pratique.

Il faut une conversion du désir, montrer à quel point la modélisation peut nous aider à mieux percevoir le réel. Je crois que la modélisation est révolutionnaire ou n'est pas, parce qu'elle change les rapports entre tout et tout.

Il est question ici de perception : entendre, voir, toucher. Être là. Rimbaud a écrit, et souligné lui-même : « *Il me sera loisible de posséder la vérité dans une âme et un corps.* » C'est ce qu'on pourrait faire, dans le « silence », dans une expérience qui se nourrit de sensations, d'émotions … Ce sensualisme vécu, nous montre qu'on peut trouver dans la Mathématique, une forme de puissance poétique : il s'agit d'inventer un langage simultanément accessible à tous les sens.

Ce que montre aussi cette modélisation, c'est que la Mathématique et la poésie sont deux continents étroitement liés. Car la Mathématique et la poésie entraînent un grand désir de liberté, et il y a un âge où l'on peut être complètement préoccupé par ce seul désir.

Un coup de pagaie dans l'eau *décharge* toutes les ondes et *commence* la nouvelle harmonie.

Dans mon sommeil, cette danse des *particules* me fait penser à des noces. Des noces débridées. Les familles se sont mélangées. On ne sait plus qui se marie avec qui. Les concepts dansent entre eux. Ils se donnent, comme ils peuvent, du bonheur.
Epaule contre épaule, ces concepts devenus mes compagnons dorment avec moi. Je connais bien le sourire enfantin qui passe et repasse sur leurs lèvres. De nouveau doit les enchanter, mais *pour innover en Mathématiques, il est essentiel de retrouver une certaine naïveté, sans elle, on peut faire de très belles choses techniques… mais rarement de vraies découvertes !*
Mon rêve à moi va m'emporter, toujours le même depuis mes dix-sept ans : une régate de revues spécialisées. Elles flottent sur l'eau, ouvertes en leur milieu, et virent lentement autour de l'île que je viens de créer. Le vent feuillette leurs pages. Elles se dressent dans l'air, l'espace d'un instant. Je les suis comme on emprunte une direction. Comme un quasi-objet, la *particule non axisymétrique* est le vrai sujet du jeu ; elle fonctionne comme un traceur de relations dans le collectif fluctuant autour d'elle. La même analyse vaudrait pour l'individu : le plus habile sait que la *particule* joue

avec lui ou se joue de lui, de sorte qu'il tourne autour d'elle et suit fluidement les positions qu'elle prend, mais surtout les relations qu'elle fraie.

Voyez donc comment les *particules* dansent, par où elles passent, d'où elles viennent, vers quelle absence elles se dirigent, comment elles se déchirent et se raccommodent ou s'anéantissent. À la fois fluctuante et dansante, cette nappe trace ainsi des relations … Voilà une métaphore éclairante, c'est le cas de le dire, pour comprendre ce que j'ai en vue ; cette variété topologique continue et déchirée, qui dessine des crêtes, peut fuser haut et s'annuler d'un coup. Les *particules non axisymétriques* dessinent et composent ces relations.

Êtes-vous, lecteur, déconcerté par cette façon de faire ? Avant d'inventer des concepts, j'ai besoin de me créer des images mentales de manière active. Et le récit que je raconte demande autant de rigueur qu'un théorème d'*Analyse*, et la démonstration de celui-ci peut déployer autant de beauté, parfois, que ce récit même. Cela valait donc la peine de réfléchir sur cette rigueur et cette beauté communes, sur cette culture évidemment unique. Nous n'avons ni deux cerveaux ni deux corps ni deux âmes. À certains égards, un conte bien raconté me paraît contenir au moins autant de Mathématiques que celle qu'on exprime avec ce luxe technique.

Oui, grande *est* la force de la poésie, fille du ciel.

Pour moi, la modélisation est un jeu, un mouvement perpétuel, une dynamique discursive. Seule contrainte que je m'impose : me situer à l'exact croisement de la poésie et de la pensée. Et il se trouve que c'est là, à ce carrefour très précis, que sont plantés le décor et l'action d'une *particule non axisymétrique*, soumise à un écoulement de **Stokes**.

Ecole Doctorale de l'Institut de Mathématiques de Luminy

Modélisation d'une particule *non* axisymétrique soumise à un écoulement de Stokes

Version française abrégée

Article publié & exposé par Théo Héikay, le 21 nov. 2012 au Centre International de Rencontres Mathématiques

Résumé : Je vais construire, en fonction du petit paramètre d'élancement de la particule, une approximation de la répartition surfacique de forces exercées par un écoulement de **Stokes** arbitraire sur celle-ci. Mon idée, consiste à inverser asymptotiquement l'équation intégrale de **Fredholm** de première espèce régissant cette densité de forces. La méthode que je propose, permet de traiter le cas rarement envisagé d'une particule *non* axisymétrique.

Mots clés : écoulement de Stokes / développement asymptotique

Stokes flow past a slender particle

Abstract: *A systematic and slender-body theory is proposed for a slender particle not necessarily of circular cross-section and embedded in an arbitrary Stokes flow. The approach consists in asymptotically expanding and inverting the well-posed Fredholm integral equation of the first king, which governs the unknown surface force the particle experiments.*

Keywords: *Stokes flow / asymptotic expansion*

1 _ Introduire, commencer, instituer : peut-on imaginer responsabilité plus glorieuse?

Les propriétés macroscopiques d'une solution colloïdale _ **Happel** et **Brenner**, 1973 ; **Kim** et **Karrila**, 1991 _ dépendent de l'écoulement de Stokes baignant chaque constituant supposé isolé. Souvent ce dernier est une particule allongée, ce qui autorise un traitement asymptotique et, excepté **Batchelor** (1970), restreint au premier ordre d'approximation, la particule est axisymétrique, la résolution s'appuyant sur la Méthode des développements asymptotiques raccordés _ **Keller** et **Rubinow**, 1976 _ ou sur l'inversion d'une équation intégrale établie pour une densité de singularités disposées sur une partie de l'axe du corps _ **Geer**, 1976. Cette note propose de construire une solution aux ordres élevés, pour une forme élancée et un écoulement amont de Stokes arbitraires, en inversant l'équation intégrale qui régit cette fois la densité surfacique des efforts exercés par l'écoulement sur la particule.

2 _ *Hypothèses et présentation intégrale du problème, dont la force est celle d'une fleur*

La particule A′ est un ouvert connexe immobile, de frontière ∂ A′ régulière d'extrémités O' et E', de longueur $L = O'E'$ et d'épaisseur caractéristique $e = \varepsilon L$ telle que $0 < \varepsilon << 1$.

On associe à tout point M de ∂ A′ ses coordonnées cylindriques $(ef(\theta, x_3), \theta, Lx_3)$ d'axe $e_3 = \dfrac{O'E'}{L}$ et la normale sortante $n(M)$. La fonction positive de forme f admet des dérivées partielles $\partial^{\,i}_{v} f := \dfrac{\partial^{\,i} f}{\partial v^{\,i}}$ pour $v \in \{\theta, x_3\}$, $f^{\,2}$ offrant, près des extrémités, les comportements :

$$f^2(\theta, t) = c_0(\theta)t + O(t^2)\,;\, f^2(\theta, 1-t) = c_1(\theta)t + O(t^2)\,;\;\; t \longrightarrow 0^+ \qquad (2.1)$$

avec $0 < c_k(\theta) = O(1)$. L'écoulement amont (u^{∞}, p^{∞}), permanent et incompressible, de notre fluide homogène et visqueux vérifie dans tout $\mathbb{R}^3$ les équations classiques de Stokes :

$$\operatorname{div}[u^{\infty}] = 0\,;\;\; \mu\,\Delta\, u^{\infty} = \operatorname{grad}[p^{\infty}] \qquad (2.2)$$

tandis que l'écoulement stationnaire de perturbation (u, p) induit par la particule vérifie (2.2), mais cette fois dans $\mathbb{R}^3 \setminus (A' \cup \partial A')$, et les conditions aux limites ci-après :

$$u(M) = -\, u^{\infty}(M) \text{ sur } \partial A' \;;\; (u, p) \longrightarrow (0, 0) \text{ à l'infini} \tag{2.3}$$

On peut _ **Kim** et **Karrida**, 1991 ; **Pozrikidis**, 1992 _ représenter dans

$\mathbb{R}^3 \setminus (A' \cup \partial A')$ l'écoulement de perturbation par un potentiel de simple couche de Stokeslets répartis sur $\partial A'$ et d'intensité $f = \sigma \,.\, n$ si σ désigne le tenseur des contraintes associé à l'écoulement total $(u^{\infty} + u,\, p^{\infty} + p)$. En usant du repère orthonormé (O', e_1, e_2, e_3) il vient, pour $M \in \mathbb{R}^3 \setminus (A' \cup \partial A')$:

$$8\,\pi\mu u(M).\, e_i = -\int\!\!\int_{\partial A'} \left\{ \delta_{ik} / PM + [PM.e_i]\,[PM.e_k] / PM^3 \right\} f_k(P)\, \mathrm{d}S'_p \tag{2.4}$$

$$4\,\pi p(M) = -\int\!\!\int_{\partial A'} PM.\, f(P) / PM^3\, \mathrm{d}S'_P \tag{2.5}$$

Cet écoulement (u, p) est évanescent à l'infini tandis que (2.4) reste valable par continuité sur $\partial A'$, ce qui procure, *via* (2.3), l'équation intégrale de **Fredholm** de première espèce d'inconnue f

$$8\,\pi\mu u^{\infty}(M).\, e_i = -\int\!\!\int_{\partial A'} \left\{ \delta_{ik} / PM + [PM.e_i]\,[PM.e_k] / PM^3 \right\} f_k(P)\, \mathrm{d}S'_p \;;\; M \in \partial A' \tag{2.6}$$

Comme $\int\!\!\int_{\partial A'} u^{\infty}.\, n \,\mathrm{d}S'_p = 0$ l'équation (2.6) admet des solutions _ **Dautray** et **Lions**, 1988 _ de forme générale $f_s + \lambda n$, où f_s est une solution particulière et λ une constante arbitraire. Par linéarité je retiens la solution f linéaire de (u^{∞}, p^{∞}), sous réserve d'imposer également pour p^{∞} une expression linéaire en u^{∞}, ce qui définit la pression totale $p^{\infty} + p$ modulo une constante.

3 _ **Écriture Asymptotique de l'Équation Intégrale de Frontière *dans sa fluidité rythmique***

Désormais i ou k parcourent {1, 2, 3} et j ou l décrivent {1, 2}. Pour M (x_1, x_2, x_3) voisin de A′ avec $\dfrac{O'M}{L} = \varepsilon x_j\, e_j + x_3 e_3$ on suppose que l'écoulement amont a pour vitesse caractéristique U et s'écrit $u^{\infty}(M) = U\, v^{\infty}{}_i\,(M)\, e_i = U\, v^{\infty}{}_i\,(\varepsilon x_1, \varepsilon x_2, x_3)\, e_i$ avec l'approximation suivante :

$$v^{\infty}{}_i\ (M) = a_i{}^{0,\,0}(x_3) + \varepsilon[a_i{}^{1,0}(x_3)\, x_1 + a_i{}^{0,1}(x_3)\, x_2] + O(\varepsilon^2);\ \ a_i{}^{j,l}(x_3) = O(1) \text{ si } j + l \leq 1 \qquad (3.1)$$

L'hypothèse div $[u^{\infty}] = 0$ impose: $a_1{}^{1,0} + a_2{}^{0,1} + \partial^1{}_{x3}\, a_3{}^{0,0} = 0$. L'usage de nos coordonnées cylindriques permet de réécrire en fonction de ε le second membre de (2 ; 6). À ce titre il vient :

$$\begin{cases} f_k(P)\ \mathrm{d}\, S'_p\ = eL[f_k f s_\varepsilon]\ (\theta_P, x^P{}_3)\ \mathrm{d}\theta_P \mathrm{d}\ x^P{}_3 \\ \& \\ s_\varepsilon(\theta, x_3) = \{1 + (f^{-1} f^1{}_\theta)^2 + (\varepsilon f^1{}_{x3})^2\}^{1/2} \end{cases} \qquad (3.2)$$

J'introduis la nouvelle inconnue $d = d_i\, e_i$ telle que :

$$8\,\pi\mu U d(P)\ = e[f s_\varepsilon f]\ (P) =\ e[f\, s_\varepsilon f]\ (\theta_P, x^P{}_3) \qquad (3.3)$$

En repérant chaque point M de ∂ A′ par le couple (θ, x_3), l'équation intégrale (2.6) devient :

$$v_i(\theta, x_3) = \int_0^{2\pi} \{A^{\theta\,,\,x3}{}_{\varepsilon,\,1}\,[d_i] + \varepsilon^{2 - \delta_{i3} - \delta_{k3}}\, A^{\theta,\,x3}{}_{\varepsilon,\,3}\,[h_{ik}\, (\theta_P, x^P{}_3, \theta, x_3) d_k]\}\ \mathrm{d}\ \theta_P \qquad (3.4)$$

si les nouvelles fonctions h_{ik} et l'opérateur linéaire $A^{\theta,\, x3}{}_{\varepsilon,\, n}$ obéissent pour n entier non nul, ν une fonction régulière et $M(\theta, x_3) = M(x_1, x_2, x_3)$ à :

$$h_{ik}\,(\theta_P,\, x^P{}_3,\, \theta,\, x_3) = (x^P{}_i - x_i)(x^P{}_k - x_k) \quad (3.5)$$

$$\mathrm{A}^{\theta,\, x3}{}_{\varepsilon,\, n}\,[\nu] := \int_0^1 \frac{\nu(x^{P}{}_3)\, \mathrm{d}\, x^{P}{}_3}{[(x^P{}_3 - x_3)^2 + \varepsilon^2\, H^2(\theta_P, x^P{}_3, \theta, x_3)]^{\,n/2}} = -\int_{1 - x_3}^{-x_3} \frac{\nu(u + x_3)\, \mathrm{d}u}{[u^{\,2} + \varepsilon^2\, h^2(u)]^{\,n/2}} \quad (3.6)$$

Tandis que la fonction $h(u)$ vérifie $h(u) = H(\theta_P,\, u + x_3,\, \theta,\, x_3)$ avec la définition ci-après :

$$H(\theta_P,\, x^P{}_3,\, \theta,\, x_3) := \{f^{\,2}(\theta_P,\, x^P{}_3) + f^{\,2}(\theta,\, x_3) - 2\cos(\theta_P - \theta)\, f(\theta_P - \theta)\, f(\theta_P,\, x^P{}_3)\, f(\theta,\, x_3)\}^{\,½} \quad (3.7)$$

Si $\theta_P \neq \theta$ alors $H > 0$, ce qui permet de choisir pour presque tout le domaine de l'intégrale (3.4) des intégrales $\mathrm{A}^{\theta,\, x3}{}_{\varepsilon,\, n}\,[\nu]$ régulières dès que $\varepsilon > 0$. Mais $\mathrm{A}^{\theta,\, x3}{}_{\varepsilon,\, n}\,[\nu]$ devient hypersingulière pour $\varepsilon = 0$ et l'établissement de son comportement asymptotique pour ε petit s'avère très ardu lorsqu'on utilise la technique des Développements asymptotiques raccordés _ **Van Dyke**, 1975. Une autre méthode systématique_ **Héikay,** 2012 s'applique ici et mène, pour $\nu_m = \mathrm{Max}_{[0,\,1]}\,|\nu|$, à (3.8) :

$$\int_0^{2\pi} \mathrm{A}^{\theta,\, x3}{}_{\varepsilon,\, n}\,[\nu]\, \mathrm{d}\theta_P = \delta_{n3}\, \mathrm{I}^{\,0,\, x3}{}_{0,\, n}\,[\nu] / \varepsilon^2 + \mathrm{I}^{x3}{}_{1,\, n}[\nu] \log \varepsilon + \mathrm{I}^{0,\, x3}{}_{2,n}[\nu] + O(\nu_m\, \varepsilon^2 \log \varepsilon)\;;\; n \in \{1, 3\}$$

avec, si *pf* désigne la partie finie au sens d'**Hadamard _Schwartz** 1996, les opérateurs suivant :

$$\begin{cases} \dfrac{I^{x3}{}_{1,1}[\nu]}{2} = -\displaystyle\int_0^{2\pi} \nu(\theta_P,\, x_3)\, \mathrm{d}\theta \\[2ex] \dfrac{I^{\,\theta,\, x3}{}_{0,\, 3}[\nu]}{2} = \displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{\nu(\theta_P,\, x_3)\mathrm{d}\theta_P}{H^2(\theta_P,\, x_3,\, \theta,\, x_3)} \\[2ex] I^{x3}{}_{1,3}[\nu] = \dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\dfrac{I^{\,t}{}_{1,1}[\nu]}{2}\right]_{t\, =\, x3} \end{cases} \quad (3.9)$$

$$I^{\,\theta,\, x3}{}_{2,\, 1}\,[\nu] = -\left\{ I^{x3}{}_{1,1}[\nu] \log 2 + Pf \int_0^1 \frac{I^{t}{}_{1,1}[\nu]\, \mathrm{d}t}{2\,|t - x_3|} + 2\int_0^{2\pi} \frac{\log H(\theta_P, x_3,\, \theta,\, x_3)}{\nu^{-1}(\theta_p,\, x_3)}\, \mathrm{d}\theta_P \right\} \quad (3.10)$$

$$I^{\theta,\, x_3}{}_{2,\,3}[\nu] = -\,pf\int_0^1 \frac{I^{t}{}_{1,1}[\nu]\mathrm{d}t}{2\left|t-x_3\right|} - \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\int_0^{2\pi}\left(1+\log\frac{H(\theta_P, t, \theta, x_3)}{2}\right)\nu(\theta_P, t)\,\mathrm{d}\theta_P\right]_{t=x_3} \qquad (3.11)$$

Comme $I^{x_3}{}_{1,1}[\nu]$ et $I^{\theta,\, x_3}{}_{0,3}[\nu]$ n'impliquent que la trace de ν sur la section : $C(x_3) = \left\{P \in \partial A',\, x^P{}_3 = x_3\right\}$ passant par $M(\theta, x_3)$ ce sont des contributions bidimensionnelles. Le terme $I^{x_3}{}_{1,3}[\nu]$ est faiblement tridimensionnel mais $I^{\theta,\, x_3}{}_{2,1}[\nu]$ et $I^{\theta,\, x_3}{}_{2,3}[\nu]$ concernant ν sur tout $\partial A'$ sont fortement tridimensionnels.

Pour $D_i = \mathrm{Max}_{\,\partial A'}\left|d_i\right|$ l'alliance de (3.4) et (3.8) procure les équations (3.12) et (3.13) ci-dessous :

$$\nu^{\infty}{}_j(\theta, x_3) = I^{x_3}{}_{1,1}[d_i]\log\varepsilon + I^{\theta,\, x_3}{}_{2,\,1}[d_j] + I^{\theta,\, x_3}{}_{0,\,3}\left\{(x^P{}_j - x_j)[(x^P{}_1 - x_1)d_1 + (x^P{}_2 - x_2)d_2]\right\}$$
$$+\,\varepsilon[\,I^{\theta,\, x_3}{}_{2,\,3} + I^{x_3}{}_{1,3}\log\varepsilon][(x^P{}_j - x_j)(x^P{}_3 - x_3)d_3] + O(D_1, D_2, \varepsilon D_3)\,\varepsilon^2\log\varepsilon;\ j \in\{1,2\} \qquad (3.12)$$

$$\nu^{\infty}{}_3(\theta, x_3) = \{\,I^{x_3}{}_{1,1}[d_3] + I^{x_3}{}_{1,\,3}[(x^P{}_3 - x_3)^2 d_3]\,\}\log\varepsilon + I^{\theta,\, x_3}{}_{2,\,1}[d_3] + I^{\theta,\, x_3}{}_{2,\,3}[(x^P{}_3 - x_3)^2 d_3]$$
$$+\,\varepsilon[\,I^{\theta,\, x_3}{}_{2,\,3} + I^{x_3}{}_{1,\,3}\log\varepsilon][d_1(x^P{}_1 - x_1) + d_2(x^P{}_2 - x_2)] + O(\varepsilon D_1, \varepsilon D_2, D_3)\,\varepsilon^2\log\varepsilon \qquad (3.13)$$

Pour établir ce résultat, j'ai aussi exploité l'égalité $I^{\theta,\, x_3}{}_{0,\,3}[w(x^P{}_3 - x_3)] = 0$, valable [éq. (3.9)] pour toute fonction $w(x^P{}_3)$ régulière au voisinage du point x_3.

La complexité des notations, je le concède, ne facilite pas les choses… Heureux les enfants élevés dans l'amour des Mathématiques. Ils y apprennent au plus vite certaines pratiques utiles pour la suite de l'existence : l'imagination, la solitude, la liberté, voire une certaine insolence vis-à-vis de l'ennui; et guetter l'horizon, naviguer entre concepts, apprendre à lire… Car le but des Mathématiques est de nous apprendre la pensée rapide, mais aussi à lire.

4 _ *L'inépuisable au-delà de tout effort* d'une Approximation asymptotique de la densité surfacique de forces

À la lueur du système formé des équations (3.12) – (3.13) et (3.1) cherchons alors chaque solution d_i sous la forme :

$$\begin{cases} d_i\,(\theta, x_3) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\ell} \;\sum_{m=1-n}^{+\infty} [fs_0\, t^i_{n,m}]\,(\theta, x_3)\, \varepsilon^n [\log \varepsilon]^{-m} + O(\varepsilon^2 \log \varepsilon) \\ d^i_{n,m} = fs_0\, t^i_{n,m} \end{cases} \tag{4.1}$$

Sur toute la section $C(x_3)$ je noterais que $dl_p = fs_0\, d\theta_p$ et je définis pour $M(\theta, x_3) \in C(x_3)$ un opérateur K^{x_3} et deux équations intégrales de première espèce, de données b et $(b_1 ; b_2)$ par :

$$\begin{cases} K^{x_3}[u] = \displaystyle\int_{C(x_3)} u(P) dl_p \\ \& \\ L^{\theta,\, x_3}[u] = -\displaystyle\int_{C(x_3)} \log [PM]\, u(P)\, dl_p = b(M) \end{cases} \tag{4.2}$$

$$S_j^{\theta,\, x_3}(u_1 ; u_2) = \int_{C(x_3)} \left\{ \frac{-\,\delta_{jl} \log [PM] + [PM.e_j][PM.e_l]}{PM^2} \right\} u_l(P)\, dl_p = b(M) \tag{4.3}$$

Les équations (4.2) et (4.3), aussi notées $S^{\theta,\, x_3}(u_1, u_2) = S_j^{\theta,\, x_3}(u_1, u_2)e_j = [b_1, b_2]$, correspondent aux formulations intégrales de type potentiel de simple couche de problèmes de Dirichlet bidimensionnels respectivement pour l'opérateur de Laplace et les équations de stokes. À l'instar de (2.6), l'équation intégrale (4.3) n'admet une solution générale, cette fois définie modulo le vecteur n^{2d}, normale sortant à $C(x_3)$, que si $\int_{C(x_3)} b1e1 \,.\, n^{2d}\, dl_p = 0$. L'injection de (4.1) dans (3.12) – (3.13) mène pour $l^i_{0,0} := 0$, $n \in \{0, 1\}$ et $m \geq 0$ aux jeux suivants de relations récurrentes :

$$K^{x_3}\ [l^i_{0,m}] = -\frac{a_i^{0,0}(x_3)}{2^{1+\delta_{i3}}}\ ; K^{x_3}[l^i_{1,0}] = 0 \qquad (4.4)$$

$$S_j^{\theta,x_3}(l^1{}_{n,m}, l^2{}_{n,m}) = K^{x_3}[l^j{}_{n,m+1}] - V_{x_3}(0)\{K^l[l^j{}_{n,m}]\} + \frac{\delta_{n_0}}{2\,\delta_{m_0}[a_j^{1,0}(x_3)x_1 + a_j^{0,1}(x_3)x_2]}$$

$$- I^{x_3}{}_{1,3}[(x^P{}_j - x_j)(x^P{}_3 - x_3)d^3{}_{0,m+1}] + (\delta_{m_0} - 1)I^{\theta,x_3}{}_{2,3}[(x^P{}_j - x_j)(x^P{}_3 - x_3)d^3{}_{0,m}] = b^j{}_{n,m}(\theta, x_3)$$

(4.5)

$$L^{\theta,x_3}[l^3{}_{n,m}] = K^{x_3}[l^j{}_{n,m+1}] - V_{x_3}(1/2)\{K^l[l^j{}_{n,m}]\} + \frac{\delta_{n_0}}{4\delta_{m_0}[a_3^{1,0}(x_3)x_1 + a_3^{0,1}(x_3)x_2]}$$

$$-I^{x_3}{}_{1,3}\{(x^P{}_3 - x_3)[x^P{}_l - x_l]d^l{}_{0,m+1}\} + (\delta_{m_0} - 1)I_{2,3}^{\theta,x_3}\{(x^P{}_3 - x_3)[x^P{}_l - x_l]d^l{}_{0,m}\} = b^3{}_{n,m}(\theta, x_3)$$

(4.6)

où pour a réel et une fonction régulière α, l'opérateur linéaire $V_{x_3}(a)\{\alpha(l)\}$ obéit à :

$$V_{x_3}(a)\{\alpha(l)\} = [\log 2 - a]\,\alpha(x_3) + pf\int_0^1 \frac{\alpha(l)dl}{2\left|l - x_3\right|} \qquad (4.7)$$

Les liens (4.5) – (4.6) constituent un système pyramidal bien pose (je l'ai vérifié pour chaque $[b^1{}_{n,m}\,;\,b^2{}_{n,m}]$ la condition antérieure compatibilité permettant de construire en cascade sous les conditions (4.4) et en ne retenant pour (4.5) que la solution linéaire en $[b^1{}_{n,m}\,;\,b^2{}_{n,m}]$ les quantités $K^{x_3}\ [l^i{}_{n,m}]$ et $l^i{}_{n,m}$. Je vais définir pour toute section $C(x_3)$ les solutions particulières $u_0 l^t = (l_1{}^t\,;\,l^t{}_2)$, les réels non nuls $c_0(x_3)$, $\Delta(x_3)$ et les opérateurs A_{x_3} et B_{x_3} par :

$$\begin{cases} u_0(\theta, x_3) = \{L^{\theta,x_3}\}^{-1}[1] \\ (l_1{}^1, l^1{}_2) = \{S^{\theta,x_3}\}^{-1}[1, 0] \\ (l_1{}^2, l^2{}_2) = \{S^{\theta,x_3}\}^{-1}[0, 1] \end{cases} \qquad (4.8)$$

$$\begin{cases} c_0(x_3) = K^{x_3}[u_0] \\ \Delta(x_3) = K^{x_3}[l_1{}^1]\, K^{x_3}[l^2{}_2] - K^{x_3}[\, l^1{}_2]\, K^{x_3}[\, l_1{}^2] \end{cases} \tag{4.9}$$

$$\begin{cases} [\Delta \nu_1](x_3) = K^{x_3}[l^2{}_2]\alpha_1(x_3) - K^{x_3}[l_1{}^2]\alpha_2(x_3) \\ w_1(x_3) = \nu_1(x_3) + \mathrm{V}_{x_3}(0)\,\{\alpha_1(l)\} \end{cases} \tag{4.10}$$

$$\begin{cases} [\Delta \nu_2](x_3) = K^{x_3}[l_1{}^1]\alpha_2(x_3) - K^{x_3}[l^1{}_2]\alpha_1(x_3) \\ w_2(x_3) = \nu_2(x_3) + \mathrm{V}_{x_3}(0)\{\, \alpha_2(l)\} \end{cases} \tag{4.11}$$

si
$$\begin{cases} (\, \nu_1(x_3)\,,\ \nu_2(x_3)\,) = A_{x_3}\ (\alpha_1(l),\ \alpha_2(l)) \\ \& \\ (w_1(x_3)\,,\ w_2(x_3)) = B_{x_3}(\alpha_1(l)\,,\ \alpha_2(l)) \end{cases} .$$

Si
$$\begin{cases} O^k{}_{x_3} = O_{x_3} \circ O^{k-1}{}_{x_3} \ \text{pour } k \geq 1 \\ \text{et} \\ O^0{}_{x_3}[\alpha(l)] = \alpha(x_3) \end{cases}$$
il vient, pour $m \geq 1$:

$$\begin{cases} 4c_0(x_3)\, l^3{}_{0,m} = -\ \mathrm{V}_{x_3}\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{c_0(x_3)}\right]^{m-1} \left\{ a^{0,0}{}_3(l) \right\} u_0 \\ l^j{}_{0,m} = b^1{}_{0,m}\, l^1{}_j + b^2{}_{0,m}\, l^2{}_j \end{cases} \tag{4.12}$$

$$\begin{cases} 2(K^{x_3}[l^1{}_{0,m}]\,,\, K^{x_3}[l^2{}_{0,m}]\,) = -\ B^{m-1}{}_{x_3}(a_1{}^{0,0}(l)\,,\, a_2{}^{0,0}(l)) \\ (b^1{}_{0,m}\,,\, b^2{}_{0,m}) = A_{x_3}(K^l[l^1{}_{0,m}]\,,\, K^l[l^2{}_{0,m}]\,) \end{cases} \tag{4.13}$$

Ainsi, seules les solutions u_0 et l^t interviennent pour expliciter les fonctions $l^i_{0,m}$. Pour $l^i_{1,m}$ j'introduis, en conservant la convention de sommation d'Einstein sur un indice, l'opérateur L_1, les fonctions ul, vl, wl, $\tau^i = (\tau^i_1\,;\tau^i_2)$ et, si $m \geq 1$, $r^m = (r^m_1\,; r^m_2)$ tels que :

$$\begin{cases} L_1^{\theta,\,x_3}[u] = \displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{d}{dt}\Big\{ [fs_0 u](\theta_P, l) \log \mathrm{H}(\theta_P, l, \theta, x_3) \Big\}_{l = x_3} d\theta_P \\ \partial_{x_3}\{a(l)\} = \dfrac{da}{dt}(x_3) \end{cases} \tag{4.14}$$

$$\begin{cases} (\tau^1_1 , \tau^1_2) = \{S^{\theta,\,x_3}\}^{-1}[x_2 , 0] \\ (\tau^2_1 , \tau^2_2) = \{S^{\theta,\,x_3}\}^{-1}[0 , x_1] \\ (\tau^3_1 , \tau^3_2) = \{S^{\theta,\,x_3}\}^{-1}[x_1 , -x_2] \end{cases} \tag{4.15}$$

$$\begin{cases} L^{\theta,\,x_3}[u_l] = x_l \\ 2\,L^{\theta,\,x_3}[\nu_l] = -\,L^{\theta,\,x_3}[(x^P_j - x_j)\,\tau^l_j] \\ 2\,L^{\theta,\,x_3}[w_l] = L_1^{\theta,\,x_3}[(x^P_j - x_j)\,\tau^l_j] \end{cases} \tag{4.16}$$

$$S_j^{\theta,\,x_3}(r^m_1 , r^m_2) = \partial_{x_3}\left\{\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{c_0}(t)\right] K^t[t^3_{0,m}]\,x_j\right\} + L_1^{\theta,\,x_3}[(x^P_j - x_j)\,t^3_{0,m}]\,;\ m \geq 1 \tag{4.17}$$

La solution $t^i_{1,\,m}$ cherchée admet alors, pour $m \geq 0$ et en posant $r^0_l = b^l_{0,\,0} = 0$, la forme suivante :

$$\begin{cases} t^3_{1,m} = a^3_m u_0\ \delta_{m0} s_l u_l + \left(\nu_l - \dfrac{u_l}{2}\right) \partial_{x_3} b^l_{0,m} + b^l_{0,m} w_l \\ \& \\ t^j_{1,m} = a^l_m t^l_j + \delta_{m0} c_i\, \tau^i_j + r^m_j \end{cases} \tag{4.18}$$

où les fonctions s_l, c_i et a^i_m obéissent, pour $m \geq 0$ et $t^i_{0,0} := 0 = K^{x_3}[t^i_{1,0}]$, aux relation :

$$\begin{cases} 2c_1 = a^{0,1}{}_1 \\ 2c_2 = a_2^{1,0} \\ 2c_3 = a_1^{1,0} + \dfrac{\partial_{x_3} a_3^{0,0}}{2} \\ 4s_j = a^{\delta j_1,\ \delta j_2} + \partial_{x_3} a_j^{0,0} \end{cases} \tag{4.19}$$

$$\begin{cases} (a^1{}_m(x_3), a^2{}_m(x_3)) = A_{x_3}(\gamma_1(t)\,,\gamma_2(t)) \\ \& \\ \gamma_j(t) = K^t[t^j{}_{1,m}] - \delta_{m0} c_i(t)\, K^t[\tau^i{}_j] - K^t[r^m{}_j] \end{cases} \tag{4.20}$$

$$[c_0 a^3{}_m](x_3) = K^{x_3}[t^3{}_{1,m}] - \delta_{m0} s_l(x_3)\, K^{x_3}[u_l] - K^{x_3}\left(\nu_l - \frac{u_l}{2}\right)\partial_{x_3} b^l{}_{0,m} - b^l{}_{0,m}(x_3)\, K^{x_3}[w_l] \tag{4.21}$$

$$K^{x_3}[t^3{}_{1,\,m+1}] = a^3{}_m(x_3) + \mathrm{V}_{x_3}\left(\frac{1}{2}\right)\{K^t[t^3{}_{1,m}]\} - \frac{\partial_{x_3}(\mathrm{V}_t(0)\,\{K^\nu[\,x^P{}_j\, t^j{}_{0,m}]\} + K^t[\,x^P{}_j\, t^j{}_{0,\,m+1}])}{2} \tag{4.22}$$

$$K^{x_3}[t^j{}_{1,\,m+1}] = a^j{}_m(x_3) + \mathrm{V}_{x_3}(0)\,\{K^t[\,t^j{}_{1,m}]\} - \partial_{x_3}(K^t[\,x^P{}_j t^3{}_{0,\,m+1}] - \mathrm{V}_t(0)\,\{K^\nu[\,x^P{}_j t^3{}_{0,m}]\}) \tag{4.23}$$

Cette solution $d^i{}_{1,\,m}$, acquise au prix d'un effort certain, devient dominante dès que $d^i{}_{0,\,m} = 0$ (cas, par exemple, d'un cisaillement pour $u^{+\infty}$) avec de notables simplifications pour (4.17) – (4.21).

J'ai voulu, dans cette modélisation, ouvrir une fissure dans les hautes murailles édifiées par la particule non axisymétrique. *Derrière ce mur, nous devinons à présent un décor enveloppé d'une grâce divine (rires), un paysage miroitant, subtil à l'infini, dont l'horizon est immensément exaltant. À la lumière de ces connaissances, bien des mystères s'éclairent d'une* *interprétation nouvelle, rencontrent une sorte de cohérence, sans rien perdre, cependant, de leur vérité originelle. Ami lecteur, mon pari au sens pascalien du terme, est que si tu prends la peine de me suivre, tu auras une* certaine *idée de ce qu'est une particule non axisymétrique, pour décider si tu souhaites ou non y aller voir de plus près.*

5 _**Remarque et *Conclusion* – *Pouvoir, vouloir, savoir*, trois verbes qui mènent le monde**

J'ai appliqué cette théorie au corps élancé de section $C(x_3)$ elliptique d'équation :

$$x^2{}_1 + \frac{x^2{}_2}{\eta} = h^2(x_3)\ ; \quad 0 < \eta \le 1\ ; \ x_3 \in \,]0, 1[\tag{5.1}$$

avec η constant et h régulière telle que $h(0) = h(1) = 0$. La solution $t^i{}_{n,\,m}$ admet alors une expression analytique que, par souci de concision, je ne reproduirais pas ici. Toutefois, je signale que pour $\eta = 1$ on retrouve les résultats (**Geer**, 1976) propres au corps axisymétrique et que la solution obtenue est cohérente, terme à terme, avec l'approximation asymptotique des solutions analytiques exactes (Jeffery, 1922 ; Lam, 1932) qu'il est possible d'établir pour un ellipsoïde (choisir $h^2(x_3) = 4\ x_3(1 - x_3)$) baigné par un écoulement amont $u^{+\infty}$ de Stokes du type suivant :

$$u^{+\infty}(M) = [a_1 - \varepsilon w x_1 + \varepsilon w_1 x_2]e_1 + [a_2 + w_2 x_3]e_2 + \left[a_3 + w\left(x_3 - \frac{1}{2}\right) + \varepsilon w_3 x_1\right]e_3 \tag{5.2}$$

La densité auxiliaire d présente un développement (4.1) uniforme pour $x_3 \in \,]0, 1[$ qui permet d'obtenir le comportement de quantités intégrées d'intérêt pratique : force ou moments résultants d'ordre quelconque exercés sur la particule, approximation uniforme dans $\mathbb{R}^3 \backslash (A' \cup \partial A')$ de l'écoulement $(u,\ p)$ induit par la présence de celle-ci en exploitant (2.4) – (2.5).

Enfin la méthode décrite possède l'avantage de s'appliquer au cas utile, mais rarement traité, du corps non axisymétrique et de permettre l'accès, grâce à la formule systématique de développement d'une intégrale en fonction d'un petit paramètre (**Héikay**, 2012), aux ordres élevés d'approximation en évitant les délicates règles de raccord de la méthode des Développements asymptotiques raccordés.

Une maxime de Spinoza suivie d'un *ouf* de soulagement

Essayons de comprendre cette maxime de **Spinoza** : « la chose excellente doit être difficile ». Aujourd'hui où la thérapie entière est une thérapie de facilité, je crois qu'il est beaucoup plus difficile de grandir dans la joie _ je veux souligner joie. La lutte pour résoudre les problèmes quotidiens. On a beau avoir vécu ça des centaines de fois, c'est chaque fois nouveau, la torpeur, l'ennui, les petits gestes. On se lève, on marche, on respire, on parle, mais en réalité on rampe dedans. Désarroi, fatigue, temps qui ne passe pas, aiguille. Le passé est désenchanté, le présent nul, l'avenir absurde. On se couche et on reste éveillé, on mange et on boude, on titube, on dort debout. On n'est pas malade, on est la maladie elle-même. Pas de désirs, pas de couleurs, pas de répit, pas de vrais mots. Mais lorsque le moment du succès vient, c'est un rire immense de joie.

"Ce qu'on ne sait pas, on le *cherche*" et on le *trouve* parfois parce que c'est caché.

En me mettant à ce travail, mon espoir était de voir toutes les possibilités harmoniques et architecturales s'émouvoir autour de mon siège. J'espérais que des êtres immatériels, imprévus, s'offriraient à mes expériences. Je n'ai pas été déçu. Dans mon voisinage, ont afflué, rêveusement la curiosité d'anciennes foules et de luxes oisifs. Ma mémoire et mes sens n'étaient que la nourriture de mon impulsion créatrice. Mais vous n'êtes pas obligés de me croire …

Après avoir séché pendant de très longs mois sur cette modélisation, je dois exalter la magnificence d'une vie consacrée minute par minute, à l'enthousiasme, à une œuvre dont je ne saurais sans doute jamais vraiment ce qu'elle vaut ; dubitative et fragile merveille.

L'acte d'étudier une question consiste à mobiliser des idées; pas n'importe lesquelles, mais celles dont nous pouvons raisonnablement attendre la solution désirée. Cette expérience prouve que, la volonté trouve, la liberté choisit. Trouver et choisir, c'est penser.

Références bibliographiques

Batchelor G.K., 1970. Slender-body theory for arbitary cross-section in Stokes flow, *J. Fluid. Mech.* 44, 419-440.

Dautray R., Lions J. L., 1988. *Analyse mathématique et calcul numérique,* 6 Masson.

Geer J., 1976. Stokes flow past a slender body of revolution, *J. Fluid. Mech,* 78, 577-600.

Happel J., Brenner H., 1973. *Low Reynolds number hydrodynamics.* Martinus Nijhoff.

Jeffery G. B., 1922. The motion of ellipsoidal particles immersed in a viscous fluid, *Proc. Roy. Soc. London Ser*. A. 102. 161. 179.

Keller J. B., Rubinow S. I., 1976 Slender-body theory for slow viscous flow, *J Fluid. Mech*. 77, 705-714.

Kim S., Karrila S. J., 1991. *Microhydrodynamics*: *Principles and Selected Applications*, Butterworth, Boston.

Lamb H., 1932. *Hydrodymics*, 6th edition, Cambridge University Press.

Pozrikidis C., 1922. *Boundary integral and singularity methods for linearized viscous flow,* Cambridge University Press.

Schwartz I., 1966. *Théorie des distributions*, Hermann, Paris

Van Dyke M., 1975. *Pertubation Methods in Fluid Mechanics*, Parbolic Press, New York.

Mes Mathématiques ne m'ont rien rapporté, mais elles m'ont beaucoup épargné.

Qui attend l'inspiration ne produira jamais que du vent. Tout vient toujours du travail, y compris le don gratuit de l'idée qui arrive. Il faut fréquenter les bibliothèques, certes ; il convient, assurément, de se faire savant. Étudiez, travaillez, il en restera toujours quelque chose. Et après ? Pour qu'il existe un après, je veux dire quelque avenir qui dépasse la copie, sortez de la bibliothèque pour courir au grand air ; si vous demeurez dedans, vous n'écrirez jamais que des livres faits de livres. Ce savoir, excellent, concourt à l'instruction, mais celle-ci a pour but autre chose qu'elle-même. Dehors, vous courrez une autre chance.

Théo Héikay-Universitaire/pdf

université d'Aix-Marseille · AMU ·