



J'essaie d'écrire de la musique avec des mots

D'où vient ce côté « sans âge » de l'*intégrale abstraite* ? D'où vient qu'elle semble de plus en plus planer au-dessus du temps et du bruit, de plusieurs branches mathématiques de toutes natures ? D'où lui vient cette

fraîcheur séparée ? Cette paternité furieuse et joyeuse ? De **Lebesgue**, Riemann et les autres ! Qui ont contribué à donner le cadre mathématique à la théorie des probabilités. Lebesgue en particulier, *illumine* mes articles et les théories qui m'inspirent. Et me parle.

L'*intégrale* n'est pas une idée, ni seulement une loi. C'est un événement musical. Un événement d'une telle simplicité et d'une telle complexité qu'on a l'infini devant soi pour en rendre compte. Un souffle, un rien, une allusion, un frémissement, un silence marqué. Ou, au contraire, une figure géométrique, une exubérance soudaine, trompette de primitives et tonnerre de certaines fonctionnelles, grandes orgues des probabilités et fugue des mesures des aires, longueurs et volumes fondant sur l'oreille. Mais surtout : une insistance, une persistance. Le rythme fondamental de Riemann à **Lebesgue**, en passant par Daniel, Stieljes et Radon.

La pointe fine est l'*intégrale abstraite* qu'on porte en soi. On la sent. On la respire. Elle va plus loin que votre mémoire, elle est votre mémoire en action. Quelle est sa couleur la plus nette ? Le clavecin des nerfs de Riemann ? Le violoncelle foncier de Daniel ? Le violon vibrant des fonctions boréliennes ? Les chœurs de Stieljes ? Les voix de Radon ? Les cuivres souverains des fonctions mesurables ? Les bassons familiers de Darboux?... Oui, tout ça, emporté par l'ouverture de la **Théorie de la**

mesure. Mais voici peut-être la signature la plus intime, celle qui, pour moi en tout cas, vaut comme une confiance directe de l'âme du musicien lui-même en train de passer dans son tableau impalpable : le hautbois, le hautbois d'amour. Ah !, ce hautbois de **Lebesgue** !

« Je suis là, me dit-il, sauvé, indirect, oblique. Je viens des profondeurs de la matière, mais je suis éclairé par le Soleil vers lequel se dirigent toutes les notes de la création. Je suis le souffle à peine dégagé des pesanteurs minérales, souffle de la création humaine, je monte vers le sommet du crâne, je suis une véritable *invention* de la mélodie. J'emmène tous les découvreurs possibles avec moi, je les fais tourner sur mon axe, je les inspire, je déploie, parallèlement à leur sujet d'étude, le tapis d'imagination dont ils ont besoin pour voler de leurs propres ailes. J'ai tout mon temps, je reviendrai indéfiniment dans le temps, je suis le moyen du temps. Je suis l'auteur vivant de la partition et, voyez, je viens en personne chanter en elle. Réveillez-vous. Suivez-moi. Ne désespérez pas. Marchez avec moi de l'autre côté du miracle de la résolution d'un problème *a priori* mineur transformé en problème conceptuel. Doucement. Fermement. Voilà. »

Tout l'art de **Lebesgue** consiste à suggérer, à prendre l'analogie à sa source, et il n'est donc pas question d'une «théorie morte» mais d'une éclosion logique : le parfum équivoque de sa *mesure*, la branche fleurie de son **Théorème de convergence dominée** passant par la fenêtre entr'ouverte, les concepts eux-mêmes : l'*intégrabilité*, la *dérivabilité* sous le signe somme (la *dérivabilité*, comme la *mesurabilité* est une promesse de confiture). Une *intégrale*, c'est d'abord la possibilité de sensations multiples. Le théoricien la manipule comme une fleur musicale, c'est un très bon instrumentiste. Quelque chose passe dès lors, par l'oreille. Puis il va y avoir une série de propositions où les cinq sens vont être convoqués... L'intrication extatique entre connaissance et transmission pédagogique, voilà l'expérience dont il est ici question...

Qu'est-ce que la poésie ? C'est, forcément, un appel à la coalescence des cinq sens à la fois. Il y a très peu de choses, dit **Lichtenberg**, que nous pouvons goûter avec les cinq sens à la fois. Ce qui est une façon insidieuse, sournoise, très efficace de dessiner l'acte d'érotisation de la connaissance où les cinq sens jouent. Ou alors ça veut dire qu'on n'a jamais jouit des Mathématiques...

Radio-**Lebesgue** : ici les chercheurs vont être obligés de se battre pour leur liberté. Par conséquent, les articles intéressants seront les articles qui seront une manifestation individuelle de cette liberté. L'article deviendra ce que quelqu'un sachant écrire écrira de sa liberté. Le moindre éclat capté dans la nuit sur une note, une page, dans un exposé pendant une conférence, et tout à coup le chaos s'ordonne, la verticale est présente, l'angoisse ou la terreur n'était rien, la résurrection a eu lieu, on l'avait oubliée, on l'oublie toujours. **Lebesgue** se répétera autant de fois qu'il faudra. Fabuleuse répétition : encore et encore. Et encore. Et encore de nouveau. Et toujours. Son *intégrale* a été, est, et sera. Les chercheurs du graal s'en occupent. **Lebesgue** est le musicien qui ne cesse de revenir dans ma vie. Après avoir réécouté tous les grands préférés — Riemann, Daniel, Radon, Stieljes, Darboux... —, c'est lui, de nouveau, qui fait signe au moment du plus grand silence. **Lebesgue** est, par excellence, le musicien que vous pouvez réécouter indéfiniment. Remettez-moi ce disque. Et puis, tiens, remettez-le moi une fois de plus. L'*intégrale* de Noël. Chaque fragment de **Lebesgue** est un 25 décembre. L'intraitable *intégrale abstraite*. Oui l'*intégrale abstraite* en quatuors, en sonates.

Lebesgue plane, il descend, il se pose à peine, il repart, il s'élève, tonne, foudroie, chuchote, interpelle, soupire, jouit, s'en va. Il joue à regarder vers l'intérieur, dans l'éclaircie de ce qui vient en présence. Il est dans la passion, il expire, il exulte, il encourage, il évalue, il aide à penser, il est en lévitation, il respire encore au fond des neutrons, il se relève dans sa forme abstraite, il apparait en physique théorique, il

revient donner un cours dans un château baroque, ... il a trouvé son lieu et sa formule. Quelle certitude ! Quelle joie ! Quelle syllabe modulée ! Quelle message codé ! La *théorie de la mesure* concentrée au maximum et déployée à partir de sa quintessence ? Bien sûr. C'est comme ça.

La poésie qui discute les vérités nécessaires est moins belle que celle qui ne les discute pas. Repoussez l'incrédulité : vous me ferez plaisir. Tout à l'air tranquille, surveillé, verrouillé, dans la bibliothèque universitaire et ensoleillée où je me trouve, mais voici, à l'instant, une salubre rafale de vent dans les arbres. L'*intégrale* a son pourquoi, elle attend d'être vue et exploitée. Elle fleurit, là, devant moi, au-dessus de la haie très verte, après que l'idée de tourbillon se fut rassise. Elle a pris l'habitude de m'interroger n'importe où. Je suis là, je réfléchis, je pointe, je modélise, je m'élanche, je subodore, je dessine mon chemin d'humilité sur la page blanche. Le temps est en cercle, éternel retour, quadrature de la sphère au cube. Cerveau en éveil, direct. Il n'y a rien à faire d'autre que de communiquer mon cheminement intellectuel afin de satisfaire certaines exigences. Qui bat là ? D'où viennent ces combinaisons, ces hypothèses, ce pouls d'une gaieté en colère, cette conjecture en velours ? Le dé, abolissant le hasard, bornant l'infini, éclairé de tous les côtés à la fois, transparente source en train de tourner sans déborder : est-ce possible ?

Oh que oui ! En pensant à **Lebesgue**, je prends tout à coup conscience qu'il y a donc eu une époque où le mot *goût* était l'éloge par excellence. Il faut le réentendre avec cette correction de **Lautréamont** : « Le goût est la qualité fondamentale qui résume toutes les autres qualités. C'est le *nec plus ultra* de l'intelligence. Ce n'est que par lui seul que le génie est la santé suprême et l'équilibre de toutes les facultés. »

Le temps se perd, se retrouve, l'essentiel est d'aller au bout de sa passion, et l'article conserve les traces de ce trajet, comme les manuscrits découverts à Qumrân, après la

Seconde Guerre mondiale, ou ceux de toute une bibliothèque gnostique exhumée par hasard par des paysans, un peu plus tôt, en Egypte, à Nag Hammadi. La musique est cette échappée, elle *tient* les atomes, et c'est ce que le vieux **Lebesgue** a saisi. Là où la pensée danse, la musique pense, les Mathématiques sont la dimension la plus joyeuse qui soit ; là où le temps pense, la musique danse. Vous n'écoutez plus de la "musique", vous ne lisez pas la "Mathématique", la musique et la Mathématique se pensent en vous. Pour vous en convaincre, écoutez et lisez [Aplanir l'espace qui sépare les Transformées de Fourier des Transformées de Laplace - par Théo Héikay \(PDF\)](#). Cet article s'est joué en *la* bémol majeur : *Si, Mi, La, Ré*. Il n'y a rien à faire d'autre que de communiquer la gratuité du calcul au lecteur potentiel.

Que dit en substance le titre de ce petit texte ? Que la cristallisation formée dans la tête de chaque homme doit porter la couleur des plaisirs de cet homme. Une fois la cristallisation commencée, l'on jouit avec délices de chaque nouvelle beauté que l'on découvre dans ce qu'on aime. Mais qu'est-ce que la beauté ? C'est une nouvelle aptitude à me donner du plaisir. Écrire, c'est une façon d'exprimer cette beauté.

Naturellement, les plaisirs de chaque individu sont différents, et souvent opposés cela explique fort bien comment ce qui est beauté pour un individu peut ne pas sensibiliser un autre _ Par exemple, la plupart des gens ne voient pas les *fleurs*. Ils passent devant sans les voir. Ils ne les respirent pas. Ne les entendent pas. . . Comme les mots _ Pour découvrir la nature de la beauté, il convient de rechercher quelle est la nature des plaisirs de chaque individu.

Chacun de mes articles, est mon aventure personnelle, plutôt singulière, et le plus souvent recouverte, chez le profane, d'un flot épais de méconnaissances. Il m'a donc semblé nécessaire de la clarifier. C'est fait. La beauté que je découvre quand je résous des équations complexes ou quand je modélise des phénomènes étant donc une nouvelle aptitude à me donner du plaisir, et les plaisirs variant comme les concepts.

La cristallisation d'un article d'un universitaire, ou sa *beauté*, n'est autre chose que la collection de *toutes les satisfactions* de tous les désirs qu'il a pu former successivement à son égard.

Ami lecteur, peut-être comprendras-tu que toutes les expériences capitales de mon existence ont comme horizon la poésie. Qu'est-ce que ça veut dire ? Cela veut dire les souvenirs d'enfance, les relations amoureuses... Et même la composition d'un cours. Un cours de Maths tel que je le conçois, est une aventure physique et philosophique qui a pour but la poésie pratique, c'est-à-dire la plus grande liberté possible.

Tu comprendras aussi que la Mathématique ne peut pas être détachée de la verbalisation. On voit un concept dans la mesure où on est capable de le parler. J'essaie, dans mes articles, de parler d'un certain nombre de concepts. Les concepts sont des récits, ils sont dépositaires de la vraie vie, sentie, sensible. Je montre que le langage peut les rejoindre. Je fais exactement le contraire d'une certaine conception des Mathématiques de notre temps qui veut les réduire à l'asphyxie en cachant leur originalité, leur singularité. Les récits indéfinis de certains concepts sont ici des recharges d'expériences qui ont été vécues d'une manière particulièrement intense, qu'il s'agisse de :

Avril 2017 Groupe de travail d'« Analyse-Mathématique : Systèmes dynamiques non linéaires: intégrabilité et comportement qualitatif » au CIRM (Centre International de Rencontres Mathématiques_ Faculté des sciences de Luminy - Marseille).

[L'Analyse Mathématique c'est l'étincelle le feu ça fait battre le coeur par Théo Héikay \(PDF\)](#)

Février 2016 Groupe de travail « Approximation, analyse complexe et théorie du potentiel » au CIRM (Centre International de Rencontres Mathématiques_ Faculté des sciences de Luminy - Marseille).

[Etude du groupe unitaire en algèbre par Théo Héikay \(PDF\)](#)

Mai 2014 Groupe de travail « Méthodes numériques en Mathématiques Appliquées » de l'Université Paul Cézanne de Marseille.

[Au fait qu'est ce qu'Einstein nous dit a travers \$E = mc^2\$ _ Théo Héikay - d](#)

Novembre 2013 Groupe de travail de « La théorie des fonctions: approximation et aspects géométriques » au CIRM (Centre International de Rencontres Mathématiques_ Faculté des sciences de Luminy - Marseille).

[La théorie des séries asymptotiques Théo Héikay \(PDF\)](#)

Février 2013 Groupe de travail de « Physique-Mathématique : Méthodes en théories des champs et des cordes » au CIRM (Centre International de Rencontres Mathématiques_ Faculté des sciences de Luminy - Marseille).

[Modélisation d'une particule non axisymétrique Théo Héikay \(PDF\)](#)

Novembre 2012 Groupe de travail d'« Analyse-Mathématique : Systèmes dynamiques non linéaires: intégrabilité et comportement qualitatif » au CIRM (Centre International de Rencontres Mathématiques_ Faculté des sciences de Luminy - Marseille).

[Les formulations séquentielles du déterminant Théo Héikay \(PDF\)](#)

Mars 2012 Groupe de travail « Théorie structurale des automates, demi-groupe et algèbre universelle » de l'Institut de recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Marseille _ Université de la Méditerranée (Aix-Marseille II).

[Le bon usage de l'opérateur d'intégration de Volterra Théo Héikay \(PDF\)](#)

Avril 2011 Groupe de travail d'« Analyse-Mathématique : Systèmes dynamiques non linéaires: intégrabilité et comportement qualitatif » au CIRM (Centre International de Rencontres Mathématiques_ Faculté des sciences de Luminy - Marseille).

[L'analyse mathématique le pôle magnétique de mon existence Théo Héikay \(PDF\)](#)

Octobre 2010 Groupe de travail « Systèmes dynamiques non linéaires: intégrabilité et comportement qualitatif » au CIRM (Centre International de Rencontres Mathématiques_ Faculté des sciences de Luminy - Marseille).

[Aplanir l'espace qui sépare les Transformées de Fourier des Transformées de Laplace - par Théo Héikay \(PDF\)](#)

Février 2010 Groupe de travail « Séries lacunaires en Analyse Harmonique » de l'Institut de recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Marseille _ Université de la Méditerranée (Aix-Marseille II).

[Les Séries de Fourier lacunaires 1 théo Héikay \(PDF\)](#)

Février 2009 Groupe de travail « Approximation, analyse complexe et théorie du potentiel » au CIRM (Centre International de Rencontres Mathématiques_ Faculté des sciences de Luminy - Marseille).

[Somethin'else: une vision singulière des séries entières - Par Théo Héikay \(PDF\)](#)

Novembre 2008 Groupe de travail « Variétés complexes: applications en géométrie algébrique et en physique mathématique » de l'Université Paris Orsay.

[Alfred PRINGSHEIM médite dans sa chambre la nuit - par Théo Héikay \(PDF\)](#)

Janvier 2008 Groupe de travail « Méthodes topologiques en équations et inclusions différentielles » de l'Université Paris Orsay.

[Les Equations et Systèmes différentiels s'embrasent par Théo Héikay \(PDF\)](#)

Mai 2007 Groupe de travail « Méthodes topologiques en équations et inclusions différentielles » de la faculté des sciences de Luminy - Marseille.

[Théoricien de la poésie musique Théo-Héikay \(PDF\)](#)

Juillet 2006 Groupe de travail « Méthodes numériques en Mathématiques Appliquées » de l'Université Paul Cézanne de Marseille.

[C'est ici le confluent subtil entre Riemann et Fourier \(PDF\)](#)

Août 2005 Groupe de travail « La théorie des points fixes et ses applications à l'analyse » de l'Université Paul Cézanne de Marseille.

[S'habituer à l'abstraction par concepts Théo Héikay \(PDF\)](#)

Très modestement, tous mes articles sont voués à sauvegarder un certain rapport aux Mathématiques, une façon de les recueillir comme un legs fragile, exigeant de nous prévenance et gratitude. Ce qui est en jeu, sous ma plume, c'est un amour de la

théorie, de la liberté de perception, de sensation, d'écoute des cinq sens, un amour qui fait allégeance aux Anciens en affirmant notre dette à l'égard des morts.

Modeste, parce que mes articles ont été rédigés pour mes étudiants des Classes Préparatoires et Master I. Cependant, je me suis refusé à admettre la moindre concession aux exigences de la simplification dès lors qu'elle aurait pu conduire à déformer la présentation des grandes pensées. J'éprouve un tel respect pour les œuvres majeures de mes axes de recherche que je ne puis me résoudre à les caricaturer pour des motifs pseudo-pédagogiques. La clarté fait partie du cahier des charges d'un article qui s'adresse aux étudiants, mais elle doit pouvoir s'obtenir sans détruire son objet, sinon elle ne vaut rien.

J'ai donc cherché à proposer une initiation à la recherche qui, pour être aussi simple que possible, ne fasse pas son deuil de la richesse et de la profondeur des idées Mathématiques.



Penser veut dire aussi rêver. Avec joyeuse rigueur et concrètement.

S'il me fallait dire, peut-être impudiquement, le sentiment dominant qui m'accompagne en continu, je n'hésiterais pas une minute : j'ai été un élève consciencieux et moins doué que voué, par l'angoisse, à faire de bonnes études, quelques lettres de référence peuvent en témoigner.

Je me souviens très bien de mes premières joies intellectuelles, lorsque j'étais adolescent, au lycée : une démonstration mathématique qui devenait soudain lumineuse ; la lecture des premières pages de la Critique de la Raison Pure de Kant qui me faisait découvrir l'argumentation philosophique... À chaque fois, c'était comme une révélation, un choc : l'émotion me faisait palpiter et courir jusqu'au frigidaire familial pour y chercher le calme d'un jus d'orange.

Comprendre, sentir la portée d'une idée, découvrir la clé d'un raisonnement, cela m'a toujours procuré un bonheur sans équivalent : j'aime que les choses me soient rendues claires. Je me souviens de certains de mes professeurs remarquables de ce point de vue : ils veillaient à ce que la lampe du jeune entendement des élèves que nous étions soit toujours remplie d'huile et brûle. Par effet de contraste, je détestais les discours fumeux. Sans le savoir, j'étais déjà disciple de **Wittgenstein** : « Ce qui peut se dire peut se dire clairement. »

Comprendre, sentir la beauté d'un concept, cela vous déplace, vous transforme subitement en quelqu'un d'autre. Le réel, soudain vous répond. On peut ainsi se faire plaisir avec la science, vibrer grâce à elle, car, comprendre aide à mieux ressentir. Il convient donc de partager la science, pour qu'elle devienne un élément vivace de notre culture.

Reste néanmoins une question, la grande question : comment joindre l'amour du monde à sa compréhension ? Comment élargir la rationalité pour qu'elle devienne généreuse, poétique ? Comment aller au-delà de la connaissance, savoir vivre, savoir écouter, excéder l'application du critère d'exactitude ? Ces défis sont précisément ceux que nous, les scientifiques, n'avons pas su relever : la science désormais semble triste, lointaine, étrangère.

Enseigner m'a toujours apporté beaucoup de gratification. Je le fais spontanément et à beaucoup de niveaux différents, du secondaire à l'**université**. Je pense que les scientifiques ont le devoir social de transmettre les acquisitions de la recherche à tous ceux qui s'y intéressent.

Enseigner et chercher, j'en ai fait mon métier pour gagner mon pain quotidien et pouvoir entrer dans une institution, rien de plus. C'est déjà beau et beaucoup, notez-le, un métier. On rencontre dans ma discipline des problèmes magnifiques, par exemple celui de l'origine de l'*Analyse Mathématique* : comment l'abstrait vint-il à un groupe d'hommes, à un moment donné, bien connu ? Il ne faut pas cesser de réfléchir à cette question, qui retentit dans presque tous mes articles. Si nous savions vraiment la résoudre, nous ferions des progrès sensibles dans la transmission des savoirs et des connaissances.

Pardon d'insister... Je n'aime que des valeurs positives, j'éprouve un bonheur inextinguible à faire le métier que j'ai choisi, enseigner et chercher – j'adore mes étudiants – , écrire des articles – je paierais pour l'exercer, s'il le fallait ; l'enthousiasme pour la vie scientifique ne m'a jamais quitté. S'il me fallait révéler, le sentiment dominant qui m'accompagne en continu, je n'hésiterais pas une minute : la

joie, l'immense, l'étincelante, oui, la sainte joie d'avoir à penser ; souvent même la sérénité.

Je sens un désir impérieux d'explorer le monde dans toutes ses dimensions. De quoi est faite cette réalité dans laquelle nous sommes plongés, comment fonctionne-t-elle et quelle est son histoire ? Cette soif de connaissance a été à la source de grands moments de bonheur. J'ai des souvenirs de cours qui m'ont plongé dans une véritable exaltation. Je ressens une intense gratitude pour les enseignants qui m'ont éclairé (j'y reviendrais). À vrai dire, je ne vois pas comment j'aurais pu ne pas faire de la science le centre de mon existence. J'ai systématiquement refusé les propositions d'activités diverses qui ne m'auraient pas laissé le loisir de suivre les progrès de la connaissance.

Pourtant, quand je fais le bilan de mes deux années des **Classes Préparatoires**, je n'ai appris qu'à désobéir. Entre **quinze et dix-sept ans**, tous les événements qui se sont passés autour de moi ne m'ont laissé le goût que de la désobéissance.

Je pensais qu'on allait me montrer que derrière les équations se cachent des audaces de l'imagination, des sentiments impérieux, qui transcendent la logique et donnent à la science une touche artistique.

J'espérais qu'on me montrerait qu'il se construit un partenariat fructueux entre l'imagination et la rationalité. Autrement dit, qu'un jeu s'organise entre d'une part les questions et les solutions produites par l'imagination et d'autre part les contraintes de cohérence du formalisme et de l'observation.

J'espérais qu'on allait me montrer que la science naît de la tension entre ces deux pôles, mais ne se confond pas avec l'un ou l'autre. Autrement dit, elle n'est ni une pure contrainte, ni le droit systématique au rêve.

J'espérais qu'on allait me montrer que pratiquer la science, c'est penser que description et explication sont deux procédures qui convergent. Adhérer à sa lucidité, c'est penser que la vérité même si elle est inaccessible, est au bout de l'asymptote et que tout progrès de la connaissance en rapproche.

J'espérais qu'on me montrerait que le réel est interprété au rythme des oscillations entre l'idée et la chose. Ce qui veut dire qu'entre le concret et l'abstrait, un va-et-vient s'organise.

Certes, j'ai appris à être efficace, à être une « *bête* » des concours, à faire des autres des perdants.

La question est de savoir ce qu'on emporte. J'aurais aimé, en intégrant ma Grande École, emporter de moins en moins lourd. Emporter du plus léger, et du plus subtil. Vivre, c'est être parti et être tellement allégé qu'on en devient tout nu. Plus on grandit, plus on se dénude. C'est beaucoup plus facile pour voyager. On n'a pas besoin de valise. Du coup, la liberté prend un sens aérien, prend un sens assez gai, assez joyeux. Au fond, le maître mot serait la joie. Moins le plaisir que la joie. La joie de penser, la joie de vivre, la joie d'avoir un corps, la joie de rencontrer les autres. La joie. Au fond, l'apprentissage dans les Classes Préparatoires devrait être ça : la découverte de la splendeur de la joie.

Je ne conseillerai à personne de priver un adolescent de cette aventure, de la traversée du fleuve, de cette richesse, de ce trésor que je n'ai jamais pu épuiser, puisqu'il contient le virtuel de l'apprentissage, l'univers de la tolérance et le scintillement solaire de l'attention. Lesdits *taupins*, vivent dans un monde dont la plupart des autres n'explorent que la moitié. Ils connaissent limite et manque.

Théo Héikay – Universitaire/ (PDF)



Applied
Mathematics