Il existe plusieurs niveaux d'*extase* et chacun doit *trouver* le sien

Amie/*ami* lectrice/*lecteur*, je ne veux te parler ici que des séries lacunaires, non point d'une vapeur inconsistante, d'un vide spectral, ou d'une illusion. Il y a d'extraordinaires beautés dans la *lacunarité* de ces séries ; et les Théorèmes qui découlent de leurs propriétés.

Ils apparaissent après aussi clairs que s'ils étaient insérés dans un cristal ; il y a d'extraordinaires délices à les admirer : ils restent frais comme le froid, demeurent doux comme la chaleur, quand on les regarde attentivement ; on ne s'aperçoit d'eux que par leur excessive profondeur et c'est comme leur vertu cachée. Tendons l'oreille, et écoutons correctement le battement d'ailes et la provocation de leur visite inopinée, dès lors, notre demeure ne peut plus être habitée exactement de la même manière qu'auparavant. L'intrusion d'une maîtrise a modifié la lumière.

Ami/*amie* lecteur/*lectrice*, as-tu compris qu'on puisse désirer les prendre en soi ? Les plus grandes joies de mes sens, ç'ont été des soifs étanchées. Leur style m'est resté, comme un idéal, où la vérité rigoureuse s'accompagne de beauté : démonstration rapides, élégantes, foudroyantes même, moquerie de la médiocrité lente, colère devant la recopie et la répétition, estime unique de l'invention.

Université d'Aix-Marseille
· AMU ·

Les Séries de Fourier *Lacunaires*

C'est une pierre importante dans l'édifice de l'*Analyse Harmonique* qu'il va s'agir.

Résumé

Tout, dans cet article, tient aux éclairs et à la lumière. De ces fugaces, rapides et saisissantes lueurs qui apporte la transparence en un lieu extrêmement obscur et révèlent un rayon de Soleil passant par un trou.

De ce propos, j'essaye de construire un argument magnifique. Est-ce un article ? Une *note* ? Un cours difficilement classable ? Peu m'importe. C'est surtout un hommage rendu à la vie des concepts, dans une voracité et une faim de bonheur que j'entends vous faire partager. Que découvre-t-on derrière ce beau titre : « **Les Séries Lacunaires** » ? On y trouve le noyau de Fejer (*non* normalisé) défini par :

$$K_n(t) = \left(\frac{\sin\left(\frac{n+1}{2}\right)t}{\sin\frac{t}{2}} \right)^2 .$$

Où, K_n est un polynôme trigonométrique de degré n. Des souvenirs d'Analyse Harmonique. Des concepts-amis choisis dans une passion élective, qui voguent au-dessus des siècles, se nomment : suite lacunaire au sens d'Hadamard, méthode de F. Riesz, condition de Hölder *en un point*, et surtout les application dont la non dérivabilité des séries de Weierstrass.

Partie I _ Introduction

C'est une remarque classique en Analyse harmonique, que les série de Fourier lacunaire présentent une forte homogénéité de comportement : une certaine régularité en un point permet un contrôle important des coefficients, parfois suffisant pour obtenir une régularité globale. Ceci est illustré _ dans Y. Katznelson, *An introduction to harmonic analysis,* Dover ; Y. Meyer, *Ondelettes et opérateurs,* tome 1, Hermann ; et C. Zuily, H. Queffelec, *Éléments d'analyse pour l'agrégation,* Masson _ par une preuve très éclairante du caractère nulle part dérivable des séries à la Weierstrass, dont le principe semble remonter à F. Riesz (*voir* Y. Meyer, *Ondelettes et opérateurs,* tome 1, Hermann _ pages 15-16). Les exercices de Y. Katznelson, *An introduction to harmonic analysis,* Dover, apportent quelques compléments, concernant notamment la régularité hölderienne.

Mon but dans cet article est de présenter la méthode de Riesz, d'en déduire les résultats évoqués ci-dessus, ainsi qu'une petite extension aux dérivées d'ordre supérieur, signalée dans J.-P. Kahane, P.-G Lemarié, *Séries de Fourier et ondelettes,* Cassini, Dover et A Zygmund, *Trigonometric serie.* Cambridge University Press, de nombreux renseignements sur d'autres aspects des séries de Fourier lacunaires.

Dans toute la suite, $\mathcal{C}$ est l'espace des fonctions continues et 2π-périodiques de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{C}$. Si $f \in \mathcal{C}$ et $n \in \mathbb{Z}$, le *n-ième* coefficient de Fourier de f est noté $\overline{f}\,(n)$. J'utiliserai, au risque de me répéter, le noyau de Féjer (non normalisé) défini par :

$$K_n(t) = \left(\frac{\sin\left(\frac{n+1}{2}\right)t}{\sin\frac{t}{2}} \right)^2$$

K_n est un polynôme trigonométrique de degré n.

Soit en outre, $\Lambda = (\lambda_k)_{k \in \mathbb{Z}}$ une suite strictement croissante d'entiers relatifs, impaire, et lacunaire au sens d'Hadamard, ce qui signifie qu'existent $q > 1$ et $N \in \mathbb{N}$ tels : $\forall k \geq N, \quad \lambda_{k-1} \geq q\,\lambda_k \quad (1)$

Cette condition impose

$$\frac{1}{\lambda_k} \underset{|k| \longrightarrow +\infty}{\cong} O\left(q^{-|k|}\right) \quad (2)$$

Soit aussi, pour $k \in \mathbb{Z}$, $\mu_k = \mathrm{Min}\,(\lambda_k - \lambda_{k-1},\ \lambda_{k-1} - \lambda_k)$;

La condition (1) entraîne

$$\lambda_k \underset{|k| \longrightarrow +\infty}{\cong} O(\mu_k) \qquad (3)$$

Enfin je note $\mathcal{C}_N$ l'ensemble des $f \in \mathcal{C}$ telles que $\{n \in \mathbb{Z},\ \overline{f}(n) \neq 0\} \subset \Lambda$.

§ _ Il faut avoir confiance dans des valeurs qui, même privées de la réassurance divine, sont porteuses d'absolu.

Une belle théorie est un puits sans fond que l'on n'a jamais fini d'interroger, qui ne nous livre jamais toutes ses clefs et que l'on peut relire insatiablement sans jamais y trouver la même chose. C'est toute la différence entre la profondeur de la théorie des séries lacunaires et une réduction des mathématiques à des règles d'arithmétique. Il y a dans les séries lacunaires, une espèce d'agencement d'images, de propos philosophiques, de musique qui résonnent et emmènent ailleurs. On peut y trouver une infinité de réponses. Une belle théorie est également un mini-livre qui nous lit davantage que nous ne le lisons nous-mêmes. On se découvre à travers elle. C'est pour cela que je ne comprends pas le désamour de certains étudiants pour les démonstrations abstraites. Ils ne doivent pas se rendre compte que l'abstraction est accueillante par son universalité. Elle vous tend un miroir dans lequel vous pouvez vous regarder et vous analyser. Le processus d'identification est essentiel. Une belle théorie va parler au lecteur en s'inscrivant dans l'indispensable dimension de l'universalité.

Partie II _ La méthode F. Riesz

Soit $f \in \mathcal{C}_\Lambda$. L'idée de base est que les coefficients de Fourier $\overline{f}(\lambda_k)$ peuvent être calculés par la formule :

$$\overline{f}(\lambda_k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t)\, exp\,(i\, \lambda_k t) p(t)\, dt$$

Pour tout polynôme trigonométrique p de degré strictement inférieur à μ_k et de valeur moyenne 1. En particulier, si p est un polynôme trigonométrique positif de degré inférieur à μ_k. On a la majoration :

$$\left|\overline{f}(\lambda_k)\right| \leq \frac{\int_{-\pi}^{\pi} |f(t)|\, p(t)\, dt}{\int_{-\pi}^{\pi} p(t)\, dt} \qquad (4)$$

Si f est régulière au voisinage de t_0, il est manifestement judicieux de choisir p concentré en t_0. Quitte à changer f en $t \longrightarrow f(t_0 + t)$, ce qui n'affecte pas les modules des coefficients de Fourier, je peux de plus supposer $t_0 = 0$. Pour p, je prendrai une puissance convenable de K_n dépendant du comportement de f en 0. Ceci amène à évaluer asymptotiquement quelques *belles* intégrales.

Quel étrange sentiment de s'extasier devant une formule mathématique, me diriez-vous !

Pour Emmanuel Kant, c'est dans *le plaisir sensible* pris au dépassement de la nature par elle-même - tempête sur l'océan déchaîné, immensité du ciel étoilé sur nos têtes - que l'individu accède à l'infini. « ***Un frisson parcourt l'homme dans la représentation du sublime, il sillonne le corps aussi loin qu'il y a de la vie en lui*** », écrit le philosophe de Königsberg. C'est ce qui me fait dire que, la puissance de la liberté se dévoile au sein de notre finitude. La nature offre dans un déchirement l'image de la grandeur, la représentation éclatante de nos aspirations, le vertige de notre destinée.

Mais c'est aussi dans la démesure du geste artistique, dans sa puissance créatrice, que l'expérience du sublime est mise en jeu. C'est elle, au-delà de l'audace de l'imagination et de la vigueur de la pensée, que vise l'écriture (musicale, philosophique, romanesque) comme mouvement, comme arrachement. Ainsi en va-t-il pour **Mozart**, **Nietzsche**, **Shakespeare**, qui, tous les trois, dans un rapport inédit à l'allégresse, dans un rapport complexe à « l'infini », font de leur œuvre et de leur existence un champ d'expérimentation et de renouvellement.

Depuis plus de cinq ans, on a de cesse de nous parler de la crise financière. Mais je vois actuellement un autre facteur de crise, lié à l'impossibilité d'enseigner les sciences et les Mathématiques à la moyenne de l'humanité. Or, c'est dans ces domaines que se manifestent les énergies créatrices et poétiques les plus profondes. Sans y avoir été présent, je peux imaginer l'effervescence, à Cambridge, le jour où il a été annoncé que le théorème de Fermat allait être démontré. J'imagine très bien que les rares chercheurs du monde entier, qui pouvaient suivre la saga d'Andrew Wiles, étaient ivres de bonheur. Certains on pu même s'exclamer le soir, les larmes aux yeux: « Il y avait quatre approches possibles et il a choisi la plus belle. »

Partie III _ *Coefficients* de Fourier d'une série *lacunaire* vérifiant une condition de Hölder en un point

$\forall\, m \in \mathbb{N}^*$, $\alpha \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}$, on posera :

$$I_{m,\alpha}(n) = \int_0^{\pi} t^{\alpha} K_n(t)^m \, dt.$$

On a alors le :

Lemme _ Si $\alpha \in [0,\ 2m-1[$, il existe une constante $C_{m,\alpha} > 0$ telle que :

$$I_{m,\alpha}(n) \underset{n \longrightarrow +\infty}{\sim} C_{m,\alpha}\, n^{2m-2-\alpha}$$

Ma preuve.

J'effectue le changement de variable $u = \dfrac{n+1}{2} t$, ce qui fournit :

$$I_{m,\alpha}(n) = 2^{\alpha+1} n^{2m-1-\alpha} \int_0^{\frac{(n+1)\pi}{2}} \frac{u^{\alpha} \sin^{2m} u}{(n+1)^{2m} \sin^{2m}\left(\dfrac{u}{n+1}\right)} du$$

En minorant au dénominateur $\left[\sin\left(\dfrac{u}{n+1}\right)\right]^{2m}$ par $\left(\dfrac{2}{\pi}\dfrac{u}{n+1}\right)^{2m}$, on voit que l'on peut appliquer le Théorème de la convergence dominée, lequel conduit au résultat voulu, avec :

$$C_{m,\alpha} = 2^{\alpha+1} \int_0^{+\infty} \frac{(\sin u)^{2m}}{u^{2m-\alpha}} du$$

J'en déduis le Théorème :

Théorème _ Soient $f \in C_{\Lambda\,,\,\alpha} > 0,\ t_0 \in \mathbb{R}$.

a) _ si $f(t) \underset{t \longrightarrow t_0}{\cong} O\left(\left|t - t_0\right|^{\alpha}\right)$, alors $\overline{f}(\lambda_k) \cong_{k \longrightarrow \pm\infty} O\left(\left|\lambda_k\right|^{-\alpha}\right)$

b) _ si $f(t) \underset{t \longrightarrow t_0}{\cong} o\left(\left|t - t_0\right|^{\alpha}\right)$, alors $\overline{f}(\lambda_k) \cong_{k \longrightarrow \pm\infty} o\left(\left|\lambda_k\right|^{-\alpha}\right)$

Ma preuve

Dans les deux cas, je choisis un entier m tel que $2m - 1 > \alpha$. Pour k assez grand, je pose $n_k = \mathrm{E}\left(\dfrac{\mu_k}{2m}\right)$, et j'applique, dans le cas a), l'inégalité (4) à f en choisissant $p = K^{2m}_{n_k}$. J'en déduis :

$$\overline{f}(\lambda_k) \underset{|k| \longrightarrow +\infty}{\cong} O\left(\frac{\mathrm{I}_{m,\,\alpha}(n_k)}{\mathrm{I}_{m,\,0}(n_k)}\right) \underset{|k| \longrightarrow +\infty}{\cong} O\left(n_k^{\ -\alpha}\right)$$

$$\underset{|k| \longrightarrow +\infty}{\cong} O\left(\left|\mu_k\right|^{-\alpha}\right) \underset{|k| \longrightarrow +\infty}{\cong} O\left(\left|\lambda_k\right|^{-\alpha}\right)$$

Le point b) se prouve de manière analogue en utilisant la remarque suivante : si $\xi : [0,\ \pi] \longrightarrow \mathbb{R}$ est continue nulle en 0, si $\alpha \in [0,\ 2m - 1]$, alors :

$$\int_0^{\pi} \xi(t)\, t^{\alpha} K_n(t)^m dt \underset{n \longrightarrow +\infty}{=} o\left(n^{2m - 1 - \alpha}\right).$$

Le changement de variable utilisé dans la preuve du lemme précédent permet de prouver cette estimation sans difficulté.

Ma Remarque _ Si $f \in \mathcal{C}$ est α-hölderienne $(0 < \alpha < 1)$, il est classique que : $\overline{f}(n) \underset{|n| \longrightarrow +\infty}{\cong} O\left(\dfrac{1}{n^{\alpha}}\right)$. Le point a) du Théorème assure que, si $f \in \mathcal{C}_{\Lambda}$, on arrive à la même conclusion en supposant un comportement α-hölderien en un point seulement ; le corollaire 2 précise ceci.

Partie IV _ Applications

Voici tout d'abord la non dérivabilité des séries de Weierstrass.

Corollaire 1 _ Si $f \in \mathcal{C}_\Lambda$ est dérivable en un point, $\overline{f}(\lambda_k) \underset{|k| \longrightarrow +\infty}{\cong} 0\left(\frac{1}{\lambda_k}\right)$

Une idée de preuve

Soit t_0 un point de dérivabilité de f.

Quitte à ôter de f un polynôme trigonométrique de degré 1, on peut supposer :

$f(t) \underset{t \longrightarrow t_0}{\cong} 0(t - t_0)$. Reste à appliquer le $b)$ du Théorème avec $\alpha = 1$.

Cette démonstration ne nécessite pas toute la force du Théorème précédent : on pourrait se borner à prendre $m = 2$ dans le paragraphe III. Il en est de même pour la preuve du résultat suivant.

Corollaire 2 _ Soient $\alpha \in \,]0, 1[$ et $f \in C_\Lambda$.

Les conditions suivantes sont équivalentes :

(i) Il existe $t_0 \in \mathbb{R}$ tel que $f(t) =_{t \longrightarrow t_0} O\left(\left|t - t_0\right|^\alpha\right)$;

(ii) $\overline{f}(\lambda_k) =_{|k| \longrightarrow +\infty} O\left(\left|\lambda_k\right|^{-\alpha}\right)$;

(iii) f est α - hölderienne sur $\mathbb{R}$.

Ma preuve.

Manifestement, (iii) $\Rightarrow$ (ii), tandis que (i) $\Rightarrow$ (ii) vient du Théorème. Reste à prouver (ii) $\Rightarrow$ (iii). Grâce à (ii) et à (2), on sait que la série de Fourier de f converge absolument. Pour x et h dans $\mathbb{R}$, on a :

$$f(x+h) - f(x) \leq \sum_{-\infty}^{+\infty} \left|\overline{f}(\lambda_k)\right| \left|exp\,(i\,\lambda_k h) - 1\right| .$$

Tant que $|\lambda_k h|$ est petit, il est pertinent de majorer $\left|e^{i\lambda_k h} - 1\right|$ par $|\lambda_k h|$, alors que l'inégalité $\left|e^{i\lambda_k h} - 1\right| \leq 2$ est préférable sinon. Tenant compte de (ii), on voit alors qu'il existe $C > 0$ tel que, pour tout N de $\mathbb{N}^*$:

$$\left|f(x+h) - f(x)\right| \leq C\left[\left(\sum_{|k| \leq N} |\lambda_k|^{1-\alpha}\right)|h| + 2 \sum_{|h| > N} |\lambda_k|^{-\alpha}\right]$$

D'autre part, la lacunarité et la symétrie de Λ permettent d'établir :

$$\sum_{|k| \leq N} |\lambda_k|^{1-\alpha} \underset{N \longrightarrow +\infty}{=} O\left(\lambda_N^{\,1-\alpha}\right)$$

et

$$\sum_{|h| > N} |\lambda_k|^{-\alpha} \underset{N \longrightarrow +\infty}{=} O\,(\lambda_{N+1}^{\;-\alpha})$$

En fin de compte, il existe $C' > 0$ telle que :

$$\left|f(x+h) - f(x)\right| \leq C'\left[\left(\lambda_N^{\,1-\alpha}\right)|h| + \lambda_{N+1}^{\;-\alpha}\right]$$

Si $\frac{1}{\lambda_{N+1}} \leq |h| \leq \frac{1}{\lambda_N}$, alors $|\lambda_N h| \leq 1$, $|\lambda_N h|^{1-\alpha} \leq 1$, et $\lambda_N^{1-\alpha}|h| \leq |h|^{\alpha}$; de plus $\lambda_{N+1}^{-\alpha} \leq |h|^{\alpha}$.

Au total, si $|h| \leq \frac{1}{\lambda_1}$, $|f(x+h) - f(x)| \leq 2C'|h|^{\alpha}$; ceci achève ma démonstration.

En revanche, ce qui suit utilise les noyaux K_n^m avec m grand.

Corollaire 3 _ Soient $p \in \mathbb{N}^*$, $\alpha \in]0, 1[$, et $f \in C_{\Lambda}$.
Les conditions suivantes sont équivalentes :

(i) il existe $t_0 \in \mathbb{R}$ tel que : $f(t_0 + h) = a_0 + a_1 h + \ldots + a_p h^p + O\left(h^{p+\alpha}\right)$;

(ii) $\overline{f}(\lambda_k) = O\left(|\lambda_k|^{-p-\alpha}\right)$;

(iii) f est de classe C^p sur $\mathbb{R}$, et $f^{(p)}$ est α - hölderienne sur $\mathbb{R}$.

Une idée de preuve

Si (i) est vrai, on peut, quitte à ôter de f un polynôme trigonométrique convenable, supposer que : $f(t_0 + h) \underset{h \to 0}{=} O\left(|h|^{p+\alpha}\right)$. On en déduit (ii) par application du Théorème. Si (ii) est vrai, on peut dériver p fois la série de Fourier de f, puis appliquer le **corollaire 1** à $f^{(p)}$. Les détails sont pour le lecteur.

En particulier :

Corollaire 4 _ Soit $f \in C_{\Lambda}$. Les conditions suivantes sont équivalentes :

(*i*) il existe $t_0 \in \mathbb{R}$ tel que f admette un développement limité à tout ordre en t_0 ;

(*ii*) f est de classe $C^{+\infty}$ sur $\mathbb{R}$.

De l'invention rationnelle à la pédagogie

Envoi _ Qu'il soit universitaire ou autre, quiconque écrit ressemble donc à un organiste : il doit varier sur les jeux, et tirer tour à tour le bourdon, le nasard, cornet, bombarde, cromorne ou larigot … Mais si l'artiste ne jouait jamais que la même fugue sur la même note du même jeu, serait-ce vraiment un compositeur ? Composer, c'est la question.

Merci. Ma reconnaissance pathétique va premièrement vers mes parents : *feue Eugénie et feu Philippe*, dont les visages, les voix et les mains sont restés dans ma mémoire depuis que je marche tout seul, et y resteront présents jusqu'à ma mort et qui, voici environ quinze ans, firent de moi ce que la majorité de ceux qui affectionnent les étiquettes appellent avec compassion un touche-à-tout mais que je dois décrire joyeusement comme une *moitié complétée*. Aucun événement ne sculpta mon identité avec plus de conséquences, nul ne décida pour moi plus révolutionnairement du sens.

Posons-nous la *question* de ce qu'est un Théorème et *pourquoi* le démontrer.

Nous démontrons Théorèmes, lemmes et corollaires, nous relisons et interprétons les définitions de l'*Analyse*, nous résolvons des exercices et problèmes, pour la bonne et simple raison que, même si c'est souvent de manière déconcertante, oblique, ou masquée, ils appartiennent au monde et parlent du monde. Cette dépendance et cette résidence dans le monde, même lorsque les miroirs sont déformants, sollicite et satisfait, en dernière analyse, un désir profond de reconnaissance.

Et aujourd'hui, l'*enjeu* se trouve là : *savoir lire* aide à mieux *comprendre*

Lire correctement, absorber la luminosité spécifique d'un Théorème, entendre les relations dynamiques dans l'articulation tonale, c'est régénérer, c'est arracher au silence, à l'absence potentielle, l'activité de l'amateur (*amatore*) _ celui qui aime ce qu'il connaît et interprète. Une résolution d'un exercice est toujours une tentative de soumettre le scandale joyeux et libertaire de la résurrection au concept d'une forme historique et rationnelle.

La connaissance de ces données peut n'être qu'accessoire. Elle ne doit pas, elle ne peut pas faire obstacle à l'immédiateté de notre relation et de notre réponse à l'exercice lui-même. Mais si l'on y fait appel avec scepticisme et de manière provisoire, cette connaissance complexifiera et enrichira notre expérience, exactement comme dans le cas d'êtres humains avec qui nous dialoguons.

Il se peut fort bien que j'interprète de manière erronée les continuités ou solutions de continuités qui existent dans cette *note*. Mais ma lecture erronée vaut la peine d'être tentée et soumise à la sagacité de mes pairs.

Le domaine de la science est un lieu de *rigueur* plus qu'un lieu de gloire.

Deux libertés ne sont-elles pas pour ainsi dire nécessaires pour en former une ? Liberté de se livrer à un dialogue avec une *définition*, un Théorème et plus généralement un *concept*. J'avoue qu'il y a là pour moi une question obsessionnelle, presque maladive. Quand on a ce que l'un de mes maîtres appelle « la Mathématique à l'estomac », on pratique la liberté comme un noyé l'oxygène, elle est une condition de survie, la raison d'être d'une existence. Si l'on doit démontrer un Théorème, suivre sa pente, ne pas copier ni démarquer, oser seul plutôt que suivre : ne pas monter bien haut, peut-être, mais tout seul.

Faut-il d'autres arguments pour montrer en quoi le *professeur* est un genre de malade qui se soigne presque tout seul, et pour lequel la création n'est qu'une thérapie ?

***Responsabilité* à l'aurore**

Être responsable envers une théorie, c'est, au sens plein, accepter l'obligation de réponse tout en étant, j'y insiste, presque paradoxalement libre. Il s'agit de répondre *à* et de répondre *de.* Une réponse responsable _ au sens moral comme spirituel et psychologique _ fait du processus de compréhension un acte moral. C'est là la source et l'objet de la *thèse* que je m'efforce de défendre. Lire une théorie de manière responsable (*en y répondant*), rendre compte à la forme, c'est parier sur un raffermissement du sens. C'est parier sur une relation _ tragique, turbulente, incommensurable, voire sardonique _ entre le concept et l'Univers, mais sur une relation qui très précisément ne se déploie que dans ce qui la raffermi.

***Instruire* ou engendrer**

Je vois la démonstration des Théorèmes et la résolution des problèmes Mathématiques comme une entreprise qui lie, relie, par-delà le temps et l'espace, la voix de quelqu'un qui, un jour, s'expose par sa solution, et, sinon l'oreille, du moins l'esprit d'un lecteur vivant en un autre lieu, parfois même en un autre temps. Viser autre chose que cette communion, est vain. Si mes études m'ont appris une chose, c'est qu'on ne s'expose que pour ceux-là, dans l'espoir de les toucher, de les atteindre et de les concerner.

J'ajouterais qu'un lecteur doit être ébranlé, qu'il doit connaître un déclic intérieur, signe qu'un miracle s'est opéré, que quelque chose de l'ordre du mystère s'est accompli. Par la suite, converti, touché, le lecteur deviendra prosélyte, tentera de démontrer à son tour le Théorème ou résoudre le problème en question, les offrira aux esprits curieux dans le but de faire partager ses émois, ses passions, ses enthousiasmes, s'en réjouira. De plus, ces affidés en feront d'autres, et l'essaimage constituera une fraternité, une sorte de société secrète unie par les mêmes émotions, troublée et ravie par des sensations identiques, communiant dans une pathétique, une esthétique similaires. Société secrète, certes, aristocratisation de la relation, oui, contre la massification et l'installation des relations dans l'insipide. Contre la quantité et le nombre, il faut viser la qualité et l'élection : rien n'est plus souhaitable que cette amitié par le biais d'une *théorie* ou *problèmes*, cette proximité par les idées, cette fraternité établie sur la foi des concepts. C'est ce qui m'est arrivé, lorsque j'ai eu la chance de rencontrer celui qui allait devenir mon Mentor. Ce n'est ni un savant austère, ni un écrivain vénéré, ni un maître à penser, mais ce célèbre Astrophysicien, n'est rien que l'incarnation d'un questionnement ouvert en permanence au plus près de sa formulation juste, entre la musique du sens et son impossibilité.

Trinh Thuan me fit *cadeau d'une originalité* que je n'ambitionnais nullement

Je me souviens de ma toute première rencontre en tête-à-tête avec Trinh Thuan, chez-lui, rue du Père Teilhard de Chardin. Encombré de livres, tapissé de papiers et de dessins, son bureau était au premier étage. Au bout du couloir, au fond à gauche, numéro 23. C'est dans cette caverne au trésor, qu'il qualifie lui-même d'«observatoire-laboratoire discret, où se poursuivent certaines expériences d'avenir», que Trinh Thuan, après être venu me chercher dans le hall, me conduisit.

Une fois entré, premier coup d'œil, premier repérage : les manuscrits et travaux en cours sont là, noircis à l'encre. La générosité de Trinh Thuan, son accueil, sa disponibilité, les moments passés ensemble sont précieux, uniques. À chaque rencontre, se développe une atmosphère de calme et d'intense concentration, dans la parole ou le silence partagés. Parfois, un coup de téléphone interrompt la conversation. Ou l'entrée d'un collaborateur ou d'un proche, comme l'ami de toujours, Jacques Vauthier. Puis, aussitôt, le fil est renoué. Trinh Thuan reprend. De la fenêtre de son bureau, on aperçoit un très beau jardin secret, qui garde la mémoire de tant de discussions passionnées, mais aussi de dépits, défis, ruptures sans doute, entre ceux qui défendent la version forte du principe anthropique et ceux qui y sont farouchement opposés. Trinh Thuan se confie, partage ses passions, admirations, indignations, coups de gueule ou coups de sang. Il fait entendre les voix, les textes, la musique qu'il aime. Question de goût, partage du plaisir.

D'un entretien avec Trinh Thuan se dégage une quiétude de la pensée, une sérénité armée, l'aiguë douceur de vivre. Molto vivace, il raconte, se raconte, commente, ironise, s'agace, défend, s'enthousiasme. Tant de rencontres, tant de passions, de noms, de lieux au fil d'une vie ! Lorsque Trinh Thuan me montre une peinture de bête mythologique, une partition de musique, une lettre de Jean-Pierre Luminet ou un authentique rouleau de calligraphie chinoise, l'émotion est immédiate. Moments de joie. Fragments d'intensité. C'est le monde qui vient, c'est Trinh Thuan par lui-même, une nouvelle invitation au voyage, depuis le bureau de la rue du Père Teilhard de Chardin à Paris dans le 5^{e} arrondissement.

Théo Héikay-Universitaire/pdf